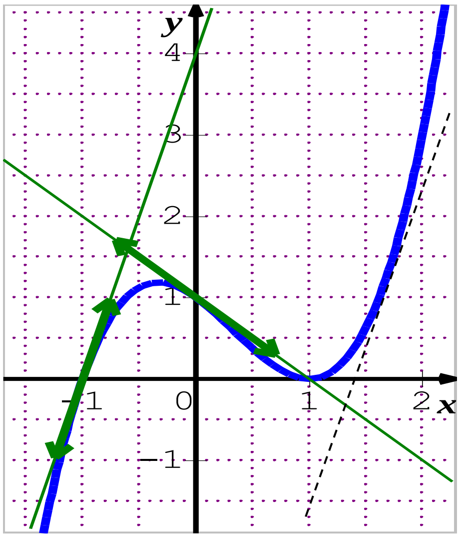
محمد خميستي

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول 7ن :



في الشكل المقابل ، $\mathscr{C}_f$ هو المنحني الممثل في معلم متعامد ومتجانس

لدالة f قابلة للاشتقاق على R ؛ والمماسان لـ $\mathscr{C}_f$ عند نقطتيه A و B ، فاصلتيهما -1 و 0 .

1) بقراءة بيانية ، عيّن القيّم $f(-1)$ ، $f(0)$ ، $f(1)$

2) ، $f'(-1)$ ، $f'(0)$ و $f'(1)$.

3) حل بيانيا ، في المجال $\left[-\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right]$:

أ) المعادلة $f(x)=0$.   ب) المعادلة $f'(x)=-1$.

ج) المتراجحة $f'(x)\geq 0$ د) المتراجحة $f'(x)\geq 4$.

4 . شكل جدول تغيرات الدالة f موضحا فيه إشارة المشتقة.

5. أدرس إشارة $f(x)$.

6. h و g دوال معرفة بـ : $h(x)=|f(x)|$ $g(x)=f(|x|)$

اشرح كيف نستنتج المنحنيين (C_h) و C_g انطلاقا من المنحى (C_f) ثم أنشئهما.

التمرين الثاني 7ن:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة $f(x)=\dfrac{-x^2+ax+b}{x^2+1}$ حيث a , b عددان حقيقيان

الجزء الاول : عين العددان a , b علماً أن (C_f) يقبل في النقطة $A(1;-3)$ مماسا معامل توجيهه يساوي -1 .

الجزء الثاني : نضع $a=-6$, $b=1$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة f .

2) عين حصر للدالة f على المجال $[0;1]$

3) عين القيم الحدية المحلية للدالة f (تُدور النتائج الى 10^{-2})

4) أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

5) عين المستقيمات المقاربة لـ (C_f) ثم أرسم (C_f)

6) g دالة معرفة على R بـ : $g(x)=f(-|x|)$ تحقق ان g زوجية

اشرح كيف نستنتج المنحن C_g انطلاقا من المنحى (C_f) ثم أنشئه.

7) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x)=m+1$

التمرين الثالث6ن:

نعتبر الدالة كثير حدود P حيث : $P(x)=3x^4+2x^3-2x^2-2x-1$.

1. أحســب $P(1)$ ، $P(-1)$ ما دا تستنتج ؟

2. عيّن الأعداد الحقيقية a ، b ، c : $P(x)=(x^2-1)(ax^2+bx+c)$

3. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$ ، ثم المتراجحة $P(x)<0$.

التمرين الثالث :

الجزء الاول :

تعين العددان a , b علماَ أن (C_f) يقبل في النقطة $A(1\,;-3)$ مماسا معامل توجيهه يساوي -1.لدينا

- $f(1)=-3$ يعني ان $\dfrac{-1+a+b}{2}=-3$ أي ان $a+b=-5..........(1)$
- و $f'(1)=-1$ و لدينا $f'(x)=\dfrac{(-2x+a)(x^2+1)-2x(-x^2+ax+b)}{(x^2+1)^2}$ و منه

$f'(x)=\dfrac{-ax^2+(-2-2b)x+a}{(x^2+1)^2}$ بالتعويض نجد $\dfrac{-a+(-2-2b)+a}{4}=-1$ و منه $-2-2b=-4$ أي ان

$b=1$ بالتعويض في (1) نجد أن $a=-6$

الجزء الثاني :

1) دراسة اتجاه تغير الدالة f : مما سبق لدينا $f'(x)=\dfrac{-ax^2+(-2-2b)\,x+a}{(x^2+1)^2}$ بالتعويض نجد

$f'(x)=\dfrac{6x^2-4x-6}{(x^2+1)^2}$ اشارتها من اشارة البسط $6x^2-4x-6$ نحسب المميز $\Delta=160$ و منه لـــ $6x^2-4x-6$

جذرين هما $\begin{cases} x'=\dfrac{4+4\sqrt{10}}{12}=\dfrac{1+\sqrt{10}}{3} \\ x''=\dfrac{4-4\sqrt{10}}{12}=\dfrac{1-\sqrt{10}}{3} \end{cases}$ و منه f' موجبة على المجالين $\left]-\infty;\dfrac{1-\sqrt{10}}{3}\right]$ و $\left[\dfrac{1+\sqrt{10}}{3};+\infty\right[$ و f'

سالبة على المجال $\left[\dfrac{1-\sqrt{10}}{3};\dfrac{1+\sqrt{10}}{3}\right]$

و منه f متزايدة على هذين المجالين $\left]-\infty;\dfrac{1-\sqrt{10}}{3}\right]$ و $\left[\dfrac{1+\sqrt{10}}{3};+\infty\right[$

و f متناقصة على هذا المجال $\left[\dfrac{1-\sqrt{10}}{3};\dfrac{1+\sqrt{10}}{3}\right]$.

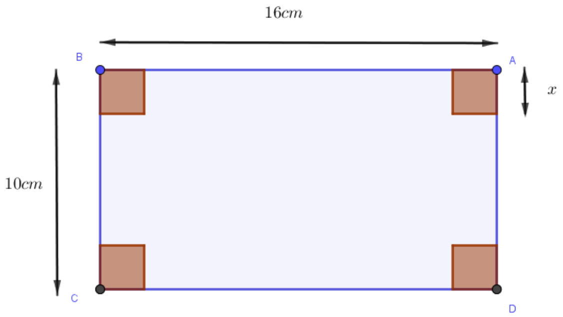
2) تعين حصر للدالة f على المجال $[0;1]$ الدالة f متناقصة تماما على هذا المجال و منه $f(1)\le f(x)\le f(0)$ أي ان $-3\le f(x)\le 1$

3) تعين القيم الحدية المحلية للدالة f هي $f\left(\dfrac{1-\sqrt{10}}{3}\right)=3.16$ قيمة حدية محلية كبرى و $f\left(\dfrac{1+\sqrt{10}}{3}\right)=-3.16$ قيمة حدية محلية صغرى .

4) كتابة معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 هي $y=f'(0)x+f(0)$ بما ان $f(0)=1$ ، $f'(0)=6$ فإن

$$y=6x+1$$

التمرين الرابع (4 نقاط)



بعد عملية الطي و القص نحصل على علبة ارتفاعها هو x عرضها هو $10-2x$ و طولها هو $16-2x$ إذن بما انها أطوال يعني ان x ينتمي للمجال $[0;\,5]$ و حجم العلبة هو $v(x)=x(10-2x)(16-2x)$

أي ان $v(x)=x(160-52x+4x^2)$ و منه $v(x)=4x^3-52x^2+160x$

ندرس تغيرات الدالة v على المجال $[0;\,5]$

$$v'(x)=12x^2-104x+160$$

نحسب المميز $\Delta=3136$ لــ $v'(x)$ جذرين هما $\begin{cases} x'=\dfrac{104+56}{24}=\dfrac{160}{24}=\dfrac{20}{3} \\ x''=\dfrac{104-56}{24}=2 \end{cases}$ الاول $\dfrac{20}{3}$ خارج مجموعة التعريف و الثاني 2 داخلها مقبول

x	0		2		5
$v'(x)$		+	0	$-$	
$v(x)$	0	↗	144	↘	0

و منه الدالة v متزايدة على المجال $[0;\,2]$ و متناقصة على المجال $[2;\,5]$ أي ان $v(2)=144\,cm^3$ قيمة حدية كبرى القيمة المطلوبة هي $x=2$