المستوى: الثاني رياضيات (2ASM)	مارس 2014
إختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات	المدة: 3 سا

التمرين الأول (04ن)

f و g دالتان معرفتان على $\Re$ بـ : $f(x)=x^2$ و $g(x)=(x+1)^2$. من اجل كل عدد طبيعي n نرمز إلى A_n و B_n إلى النقطتين ذات الفاصلة n و تنتميان إلى (C_f) و (C_g) على الترتيب. نضع: $V_n=A_nB_n$

1) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n: $V_n=2n+1$

2) بين أن (V_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

3) احسب المجموع S بدلالة n: $S=A_0B_0+A_1B_1+.....+A_nB_n$

4) استنتج الجداء p بدلالة n: $p=2^{V_0}\times 2^{V_1}\times......\times 2^{V_n}$

التمرين الثاني (6ن):

(u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0=3$ و من اجل كل n من N : $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n-2n+\frac{5}{3}$

1) احسب u_1 و u_2

2) (V_n) متتالية عددية معرفة على N بـ: $V_n=u_n+\alpha n+\beta$. α و β عددان حقيقيان.

أ- اوجد α و β حتى تكون (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.

ب- احسب الحد الأول V_0

ج- احسب V_n و u_n بدلالة n

3) احسب المجموعين S و S' بدلالة n حيث:

$S=V_0+V_1+......+V_n$

$S'=u_0+u_1+......+u_n$

4) احسب الجداء p بدلالة n: $p=V_0\times V_1\times......\times V_n$

التمرين الثالث (10 ن):

I) f دالة عددية معرفة على $\Re-\{1\}$ بـ : $f(x)=\frac{x^3-2x^2}{(x-1)^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1)- عين الأعداد الحقيقية a ,b و c حيث من اجل كل x من $\Re-\{1\}$:

$$f(x)=ax+\frac{b}{x-1}+\frac{c}{(x-1)^2}$$

2) أ- احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف.

ب- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين إحداهما مائلا (Δ)

ج- ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

3) أ- بين أنه من اجل x من $\Re-\{1\}$: $f'(x)=\frac{x.g(x)}{(x-1)^3}$ حيث: $g(x)$ كثير حدود يطلب تعيينه.

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (Δ)، ثم اكتب معادلته.

5) ارسم المماس (T) و المنحنى (C_f)

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=x+m$

II) h دالة معرفة على $\Re-\{1\}$ بـ : $h(x)=\frac{\left|x^3-2x^2\right|}{(x-1)^2}$

1- اكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

2- استنتج كيفية رسم المنحنى (C_h) انطلاقا من المنحنى (C_f) ثم ارسمه بلون أخر.

المستوى: الثاني رياضيات (2ASM) مارس 2014

تصحيح اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

عناصر الإجابة

التمرين الأول:

1- لدينا: $A_n(n+n^2)$ و $B_n(n,(n+1)^2)$

و منه $\overrightarrow{A_nB_n}=\begin{pmatrix}0\\2n+1\end{pmatrix}$ $V_n=A_nB_n=\sqrt{(2n+1)^2}=|2n+1|$

$V_n=2n+1$

2- (V_n) متتالية حسابية أساسها $r=2$ و حدها الأول $V_0=1$

3- $S=V_0+V_1+.....+V_n=\frac{n+1}{2}[2n+2]=(n+1)^2$

4- $P=2^s=2^{(n+1)^2}$

التمرين الثاني :

1) $u_1=\frac{5}{3}$, $u_2=\frac{-11}{9}$

2) أ- $\alpha=6$ و $\beta=-23$

ب- $V_0=-20$

ج- من اجل كل n من N : $V_n=-20\left(\frac{2}{3}\right)^n$

$u_n=V_n-6n+23=-20\left(\frac{2}{3}\right)^n-6n+23$

3) $S=60\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}-1\right]$, $S'=60\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}-1\right]-(n+1)(3n-23)$

4) $p=(-20)^{n+1}\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{n(n+1)}{2}}$

التمرين الثالث (نقاط) :

1) $c=-1, b=-1, a=1$

2) أ- $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty, \lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty, \lim_{x\to1} f(x)=-\infty$

ب- $(\Delta): y=x$

ج- $x\in]-\infty,0[$: المنحنى (C_f) يقع فوق المستقيم (Δ)

$x\in]0,1[\cup]1,+\infty[$: المنحنى (C_f) يقع تحت المستقيم (Δ)

$x=0$: $(C_f)\cap(\Delta)=\{0,(0,0)\}$

3) أ- $g(x)=x^2-3x+4$

ب- جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	0		1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	||	+
$f(x)$	$-\infty$ ↗	0	↘ $-\infty$	|| $-\infty$	↗ $+\infty$

4) المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) عند النقطة ذات الفاصلة (1-) معادلتها $y=x+\frac{1}{4}$

II) 1- $\begin{cases}h(x)=f(x); x\in[2,+\infty[\\ h(x)=-f(x); x\in]-\infty,1[\cup]1,2]\end{cases}$

2- $x\in[2,+\infty[$: المنحنى (C_f) منطبق على المنحنى (C_f)

$x\in]-\infty,1[\cup]1,2]$: المنحنى (C_f) نظير الجزء غير المنطبق بالنسبة إلى حامل محور الفواصل.