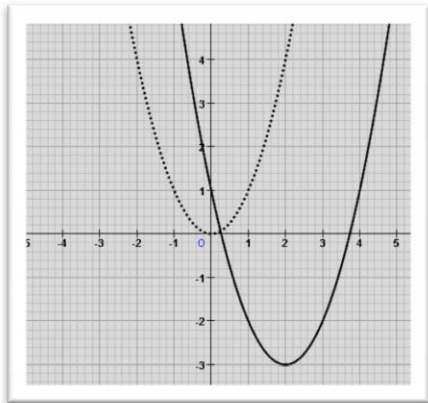


امتحان الفصل الثاني *** اختبار مادة الرياضيات ***

المدة : ساعتان

المستوى : الثانية شعبة تسيير واقتصاد



⇐ التمرين الأول : (05 نقاط)

f دالة معرفة على \mathbb{R} بمنحنها البياني (C_f) كما هو موضح في الشكل

- 01ن..... (1) اوجد مركبتا شعاع الإنسحاب الذي حول منحنى الدالة المرجعية مربع إلى المنحنى (C_f)
- 01ن..... (2) اوجد عبارة الدالة f المنشورة والمبسطة .
- 01ن..... (3) ارسم جدول تغيرات الدالة f
- 02ن..... (4) اشرح كيف يمكن رسم المنحنى (C_h) للدالة $h: x \mapsto |f(x)|$ باستعمال المنحنى (C_f) ثم ارسمه .

⇐ التمرين الثاني : (08 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$.

- 01ن..... (1) احسب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$.
- 02ن..... (2) ادرس اتجاه تغيرات الدالة f ثم شكل جدول التغيرات .
- 02ن..... (3) تحقق أن : $f(2-x) + f(x) = -2$ ثم ماذا تستنتج بيانيا ؟
- 01ن..... (4) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(1; -1)$.
- 02ن..... (5) ارسم (T) و (C_f)

⇐ التمرين الثالث : (07 نقاط)

نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $g(x) = \frac{x^2}{-x+1}$

- 01ن..... (1) احسب نهاية الدالة g عند 1 وماذا تستنتج بيانيا ؟
- 01ن..... (2) احسب نهايات الدالة g عند $+\infty$ و $-\infty$.
- 02ن..... (3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{1\}$ فإن g تكتب بالشكل $g(x) = ax + b + \frac{c}{-x+1}$ حيث a, b, c أعداد حقيقية يطلب تعيينها .
- 01ن..... (4) بين أن المستقيم الذي معادلته $y = -x - 1$ مقارب مائل لمنحنى الدالة g عند $+\infty$.
- 02ن..... (5) ادرس اتجاه تغيرات الدالة g ثم شكل جدول التغيرات .

حل التمرين الأول: (05 نقاط)

01 حساب مركبتنا شعاع الانسحاب: $\sqrt[3]{\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}}$

01 عبارة الدالة f :

01 $f(x) = (x-2)^2 - 3$

$f(x) = x^2 - 4x + 1$

01 جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	-3	$+\infty$

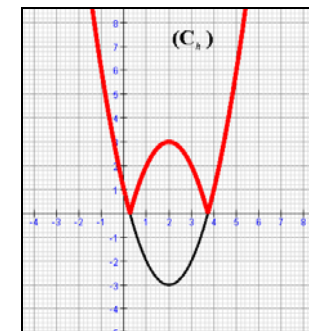
01 كيفية رسم المنحنى (C_h) :

01 (C_h) ينطبق على (C_f) على كل من المجالين $]-\infty; 2 - \sqrt{3}[$ و $]2 + \sqrt{3}; +\infty[$.

01 نظير (C_f) على المجال $]2 - \sqrt{3}; 2 + \sqrt{3}[$

بالنسبة لمحور الفواصل

01 رسم (C_h) :



حل التمرين الثاني: (08 نقاط)

01 حساب نهايات الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \cdot \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

01 دراسة اتجاه تغيرات الدالة f :

$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$3x$	$-$	$+$	$+$	$+$
$x-2$	$-$	$-$	$+$	$+$
الجداء	$+$	$-$	$+$	$+$

ومنه:

الدالة f متزايدة تماما على

$] -\infty; 0 [\cup] 2; +\infty [$.

الدالة f متناقصة تماما على $] 0; 2 [$.

01 جدول التغيرات للدالة f :

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$-$	$+$	$+$
$f(x)$	$+\infty$	1	-3	$+\infty$

01 التحقق من المساواة:

02 $f(2-x) + f(x) =$
 $(2-x)^3 - 3(2-x)^2 + 1$
 $+ x^3 - 3x^2 + 1$
 $= 8 - x^3 - 12x + 6x^2 - 12 + 12x - 3x^2 + 1$
 $+ x^3 - 3x^2 + 1 = -2$

01 نستنتج أن منحنى الدالة f متناظر بالنسبة للنقطة

$A(1; -1)$

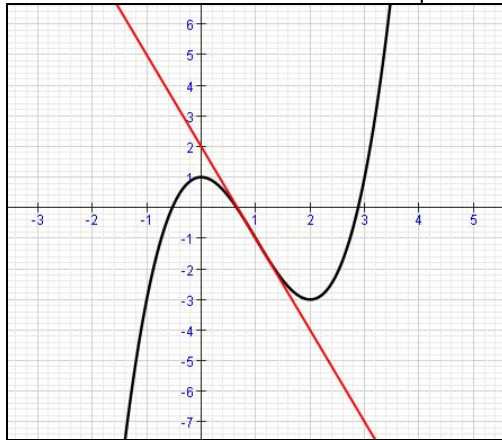
01 معادلة المماس (T) :

$y = f'(1)(x-1) + f(1)$

$y = -3(x-1) - 1$

$(T) : y = -3x + 2$

02 رسم المنحنى (C_f) و (T)



حل التمرين الثالث: (07 نقاط)

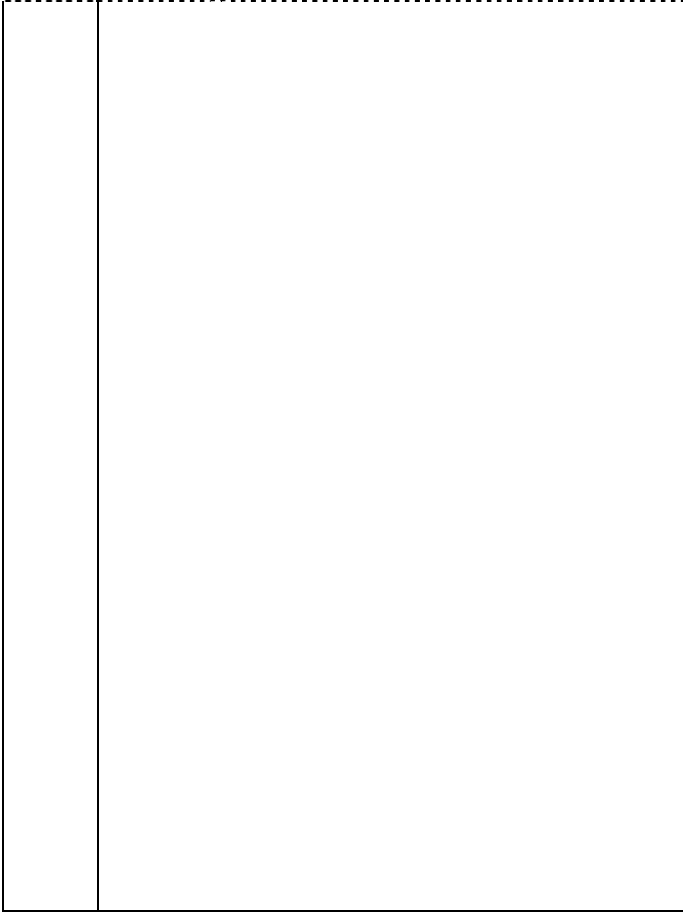
01 نهاية الدالة g عند 1 :

$\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = +\infty$

01 نستنتج بياناً أن منحنى الدالة g يقبل مستقيم مقارب موازي لمحور الترتيب معادلته $x = 1$

01 نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$



01ن

دراسة اتجاه تغيرات g

$$g'(x) = \frac{2x(-x+1) - (-1)(x^2)}{(-x+1)^2}$$
$$= \frac{-2x^2 + 2x + x^2}{(-x+1)^2} = \frac{-x^2 + 2x}{(-x+1)^2}$$
$$= \frac{x(-x+2)}{(-x+1)^2}$$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
x	-	0	+	+
$-x+2$	+	+	0	-
$x(-x+2)$	-	0	+	-

إذن الدالة g متناقصة تماما على كل من المجالين $]-\infty; 0[$ و $]2; +\infty[$ و متزايدة تماما على $]0; 1[\cup]1; 2[$
جدول التغيرات :

01ن

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$		
$g'(x)$	-	0	+	+	0	-	
$g(x)$	$+\infty$	\searrow	0	\nearrow	$+\infty$	\searrow	$-\infty$

01ن

تبيين أن g تكتب بالشكل المطلوب :

$$g(x) = -x - 1 + \frac{1}{-x+1}$$

01ن

$$a = -1 ; b = -1 ; c = 1$$

01ن

تبيين أن $y = -x - 1$ مقارب مائل لمنحنى الدالة g عند $+\infty$.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [g(x) - (-x-1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{-x+1} = 0$$

ومنه منحنى الدالة g يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته $y = -x - 1$ عند $+\infty$