الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **المقاطعة الشرقية لولاية عين الدفلى**

امتحان **بكالوريا التجريبي** التعليم الثانوي — دورة : **ماي 2017**

الشعب (ة) : **آداب وفلسفة ، لغات اجنبية**

اختبار في مادة : **الرياضيات** — المدة: ساعتان

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية حدها الاول $u_0 = 2$ و $u_0 + 5u_1 + 5u_3 = 102$

1) بين أن : $u_1 + u_3 = 20$ و استنتج u_2

2) أحسب u_1 و استنتج أن أساس المتتالية (u_n) هو 4

3) أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

4) أ/ أكتب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

ب/ عين قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n = 162$

التمرين الثانـي : (06 نقاط)

1) أ/ عين بواقي القسمة الاقليدية على 5 للعدد 2^n من أجل قيم n التالية : 0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4.

ب/ استنتج بواقي القسمة الاقليدية على 5 للعدد 2^n من أجل كل عدد طبيعي n

2) عين باقي قسمة 17 على 5 و استنتج باقي قسمة العدد 17^{4k} على 5 حيث k عدد طبيعي

3) استنتج أن العدد $17^{4k} + 2^{4k+3} + 6$ يقبل القسمة على 5 حيث k عدد طبيعي

4) عين باقي القسمة الاقليدية على 5 للعدد : $2017^{2016} - 2^{49} + 61^{1954}$

التمرين الثالث : (08 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \dfrac{2-x}{x-1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي مزود بمعلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بين أنه من أجل عدد حقيقي x يختلف عن 1 فإن : $f(x) = -1 + \dfrac{a}{x-1}$ حيث a عدد حقيقي يطلب تعيينه

2) أ/ عين $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب/ استنتج المستقيمان المقاربان للمنحني (C_f)

3) أحسب $f'(x)$ وشكل جدول تغيرات الدالة f .

4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة $A(2;0)$.

5) أحسب $f(0)$ ، أنشئ المماس (T) ، المستقيمين المقاربين ثم المنحني (C_f)

6) أ/ أنشيء في نفس المعلم السابق المستقيم ذو المعادلة $y = x - 2$.

ب/ حل في $\mathbb{R}$ ، بيانيا المتراجحة $f(x) \le x - 2$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

a ، b و c ثلاث أعداد صحيحة حيث $b\equiv 2[5]$ ، $a-b\equiv 2[5]$ ، $2a+c\equiv 4[5]$

1) بين أن : $a\equiv 4[5]$ و $c\equiv -4[5]$

2) عين باقي القسمة الاقليدية للعدد $a\times b-3c$ على 5

3) أ/ بين أن : $a\equiv -1[5]$ و $c\equiv 1[5]$

ب/ أثبت أن العدد $3\times a^{2017}+5\times c^{1438}+13$ مضاعف لـ 5

ج/ عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق : $a^2+b^2+c^2+n\equiv 4[5]$ و $3\leq n\leq 28$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

$(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية ذات اساس سالب حيث : $v_0=2$ و $v_2=18$

1) أحسب v_1 واستنتج اساس المتتالية (v_n)

2) بين أن من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $v_n=2\times(-3)^n$

3) أ/ أحسب $(-3)^8$ و استنتج أن العدد 13122 حد من حدود المتتالية (v_n)

ب / أحسب قيمة المجموع : $2+(-6)+18+\cdots+13122$

4) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن العدد $1-(-3)^n$ مضاعف لـ 4

التمرين الثالث : (08 نقاط)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي مزود بمعلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

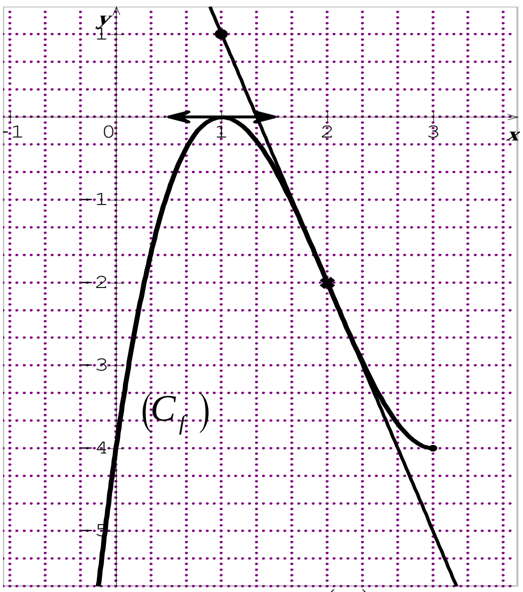
الجزء 1 : المنحني المقابل هو جزء من المنحني (C_f) ، والمستقيم (T) هو مماس للمنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 2

بإستعمال المنحني (C_f) :

1) عين $f(1)$ ، $f(2)$ ، $f'(1)$ و $f'(2)$

2) أكتب معادلة للمماس (T)

3) ماذا تمثل النقطة ذات الفاصلة 2 بالنسبة (C_f) ، مع التعليل



الجزء 2 : نفرض أن : $f(x)=x^3-6x^2+9x-4$

بإستعمال العبارة $f(x)$:

1) أ/ أحسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$

ب / ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

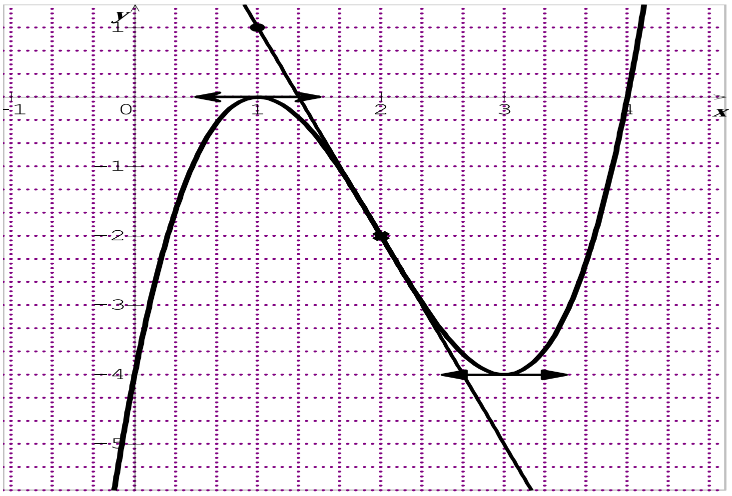
2) تحقق أن النقطة ذات الفاصلة 2 نقطة انعطاف للمنحني (C_f)

3) أ/ أنشر العبارة : $(x-1)(x^2-5x+4)$

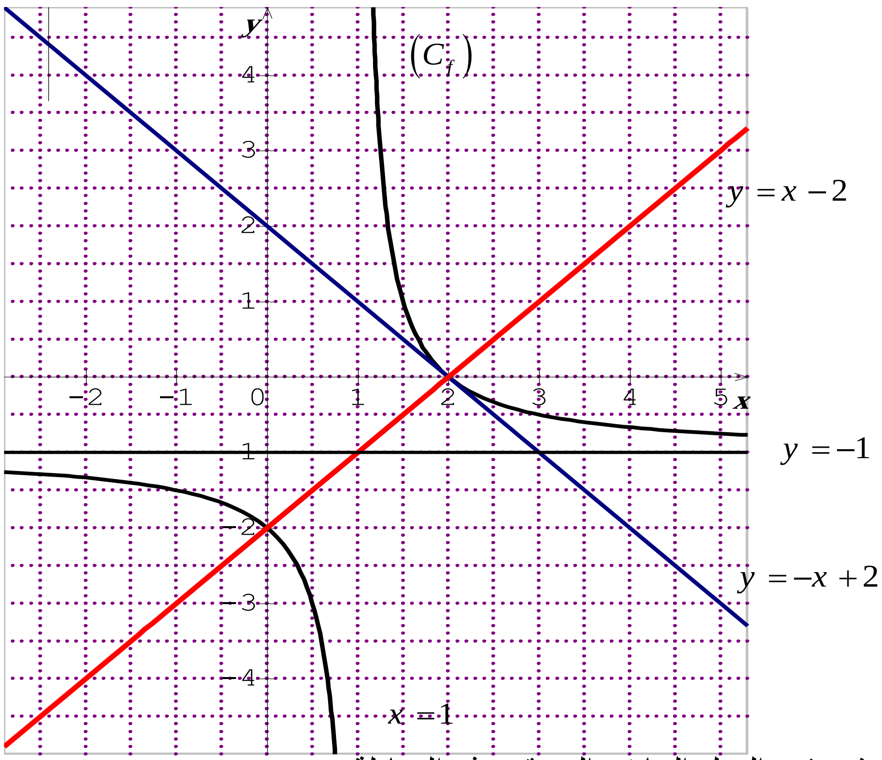
4) ب/ عين نقط تقاطع المنحني (C_f) مع حامل محور الفواصل، ثم أكمل إنشاء المنحني (C_f)

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة كاملة
الموضوع الثاني		
التمرين الأول: (06 نقاط)		
1) نبين أن : $a\equiv 4[5]$ و $c\equiv -4[5]$	0.5 ن	
لدينا $b\equiv 2[5]$ و $a-b\equiv 2[5]$ ومنه خاصية الجمع نجد $a\equiv 4[5]$	0.5+ ن	
لدينا $a\equiv 4[5]$ اذن $-2a\equiv -8[5]$ وبماأن $2a+c\equiv 4[5]$ فحسب خاصية الجمع نجد $c\equiv -4[5]$		
2) تعيين باقي القسمة الاقليدية للعدد $a\times b-3c$ على 5	0.5 ن	
لدينا $a\times b\equiv 3[5]$ و $-3c\equiv 2[5]$ فحسب خاصية الجمع نجد $a\times b-3c\equiv 0[5]$	0.5+ ن	
ومنه باقي القسمة الاقليدية للعدد $a\times b-3c$ على 5 هو 0		
3) أ/ نبين أن : $a\equiv -1[5]$ و $c\equiv 1[5]$	0.5 ن	
لدينا $a\equiv 4[5]$ ومنه $a\equiv 4-5[5]$ اي : $a\equiv -1[5]$	0.5+ ن	
لدينا $c\equiv -4[5]$ ومنه $c\equiv -4+5[5]$ اي : $c\equiv 1[5]$		
ب/ أثبات أن العدد $3\times a^{2017}+5\times c^{1438}+13$ مضاعف لــ 5		
لدينا $a\equiv -1[5]$ وبالتالي $a^{2017}\equiv (-1)^{2017}[5]$ اي $a^{2017}\equiv -1[5]$		06 ن
و لدينا $c\equiv 1[5]$ وبالتالي $c^{1438}\equiv 1[5]$	1.5 ن	
وعليه نجد $3\times a^{2017}+5\times c^{1438}+13\equiv 3\times(-1)+5\times 1+13[5]$ أي $3\times a^{2017}+5\times c^{1438}+13\equiv 15[5]$		
ومنه $3\times a^{2017}+5\times c^{1438}+13\equiv 0[5]$ لان $15\equiv 0[5]$ حسب خاصية التعدي		
ج/ تعين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق : $a^2+b^2+c^2+n\equiv 4[5]$ و $3\le n\le 28$	1.5 ن	
لدينا $a^2\equiv 1[5]$ و $b^2\equiv 4[5]$ و $c^2\equiv 1[5]$ ومنه		
$a^2+b^2+c^2+n\equiv 4[5]$ معناه $6+n\equiv 4[5]$		
معناه $n\equiv -2[5]$ معناه $n\equiv 3[5]$ معناه $n\equiv 5k+3$ $(k\in\mathbb{N})$		
وبماأن $3\le n\le 28$ فإن قيم العدد الطبيعي هي 3، 8 ، 13 ، 18 ، 23 و 28		
التمرين الثاني: (06 نقاط)		
1) حساب v_1 واستنتج q اساس المتتالية (v_n)		
ـــ حسب الوسط الهندسي للحدين v_0 و v_2 لدينا $v_1{}^2=v_0\times v_2$ أي $v_1{}^2=36$ وبماأن اساس		
المتتالية سالب فإن $v_1=-6$	01 ن	
ـــ لدينا $q=\frac{v_1}{v_0}$ وبماأن $v_0=2$ و $v_1=6$ فإن $q=-3$	0.5 ن	
2) نبين أن من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $v_n=2\times(-3)^n$	0.5 ن	06 ن
عبارة الحد العام للمتتالية (v_n) تكتب : $v_n=v_0\times q^n$ ومنه $v_n=2\times(-3)^n$ لان $q=-3$ و $v_0=2$		
3) أ/ حساب $(-3)^8$ و استنتاج أن العدد 13122 حد من حدود المتتالية (v_n)		
ـ $(-3)^8=6561$	0.5 ن	
ـ $v_n=13122$ يعني $v_n=2\times(-3)^n$ يعني $n=8\in\mathbb{N}$	01ن	
ب / حساب قيمة المجموع : $2+(-6)+18+\cdots+13122$	01 ن	
لدينا $v_0+v_1+v_2+\cdots+v_8=2+(-6)+18+\cdots+13122$ اي		

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة كاملة
$2+(-6)+18+\cdots+13122=\frac{v_0}{q-1}\left((-3)^9-1\right)$ ومنه $2+(-6)+18+\cdots+13122=9642$		
4) نبرهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن العدد $(-3)^n-1$ مضاعف لــ 4	1.5 ن	
ًّ من أجل $n=0$ لدينا $(-3)^0-1=0$ اي 0 مضاعف لـ 4 محققة		
ًّ نفرض أن من أجل كل عدد طبيعي n فإن العدد $(-3)^n-1$ مضاعف لــ 4 (فرضية التراجع)		
ونبرهن أن : $(-3)^{n+1}-1$ مضاعف لــ 4		
لدينا فرضا $(-3)^n-1$ مضاعف لـ 4 يعني $(-3)^n-1=4k$ حيث $(k\in\mathbb{N})$		
ومنه $(-3)^{n+1}-1=-3(-3)^n-1=-3(-3)^n+3-3-1$ اي		
$(-3)^{n+1}-1=-3\left((-3)^n-1\right)-4=-3(4k)-4=4(-3k-1)$ ومنه $(-3)^{n+1}-1$مضاعف لـ 4		
وعليه من أجل كل عدد طبيعي n فإن العدد $(-3)^n-1$ مضاعف لــ 4		
<u>التمرين الثالث :</u> (08 نقاط)		
<u>الجزء 1</u> : بإستعمال المنحني (C_f)		
1) $f(1)=0$ ، $f(2)=-2$ ، $f'(1)=0$ و $f'(2)$ هو معامل توجيه المماس عند النقطة ذات الفاصلة 2 والذي يشمل النقطتين ذات الاحداثيات $(1;1)$ و $(2;-2)$ ومنه $f'(2)=-3$	0.25 ×3 +0.5ن	08 ن
2) كتابة معادلة للمماس (T)		
$y=f'(2)(x-2)+f(2)$ أي $y=-3x+4$	0,5 ن	
3) ماذا تمثل النقطة ذات الفاصلة 2 بالنسبة (C_f)	0.5 ن	
بمان المنحني (C_f)يخترق مماسه (T) في النقطة ذات الفاصلة 2 فإن هذه النقطة تمثل نقطة انعطاف للمنحني (C_f)		
<u>الجزء 2</u> : نفرض أن : $f(x)=x^3-6x^2+9x-4$		
بإستعمال العبارة $f(x)$:		
1) أ/ <u>حساب نهايتي الدالة</u> f : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	0.5ن ×2	
ب / <u>دراسة اتجاه تغير الدالة</u> f		
الدالة f قابلة للاشتقاق على و $f'(x)=3x^2-12x+9$	0.5 ن	
$\Delta=36$ ، $x_1=1$ ، $x_1=3$	01ن	
الدالة f متزايدة تماما على المجالين $]-\infty;1[$ و $]3;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $[1;3]$.......		
<u>جدول تغيرات الدالة</u> f	0.5 ن	
أ/ نشر العبارة : $(x-1)(x^2-5x+4)$		
$(x-1)(x^2-5x+4)=x^3-6x^2-9x-4$	0.5 ن	
ب/ تعين نقط تقاطع المنحني (C_f) مع حامل محور الفواصل	0,75 ن	
$f(x)=0$ يعني $(x-1)(x^2-5x+4)=0$		
يعني $x=1$ أو $x=4$ ومنه $(C_f)\cap(xx')=\{(1;0);(4;0)\}$		
2) نبين أن النقطة ذات الفاصلة 2 نقطة انعطاف للمنحني (C_f)..................................	01ن	
الدالة قابلة للاشتقاق مرتين على و $f''(x)=6x-12$		
– $f''(x)=0$ يعني $x=2$		

عناصر الإجابة	مجزأة	كاملة
	العلامة	
عناصر الإجابة	**مجزأة**	**كاملة**
ـــ الدالة f'' موجبة على المجال $]2;+\infty[$ وسالبة على المجال $]-\infty;2[$ اذن : بماإن الدالة f'' تنعدم عند 2 وتغير اشارتها عند 2 فإن النقطة ذات الفاصلة 2 نقطة انعطاف للمنحني (C_f)		
أكمال إنشاء المنحني (C_f) 	0,5 ن	
الموضوع الاول		
التمرين الأول: (06 نقاط)		06 ن
(u_n) متتالية حسابية حدها الاول $u_0=2$ و $u_0+5u_1+5u_3=102$		
1) نبين أن : $u_1+u_3=20$ و استنتاج u_2		
ـــ $u_0+5u_1+5u_3=102$ يعني $5(u_1+u_3)=100$ اي $u_1+u_3=20$	0,75	
ـــ حسب الوسط الحسابي للحدين u_1 و u_3 لدينا $u_1+u_3=2u_2$ اي $u_2=10$	0,75	
2) حساب u_1 و استنتاج أن أساس المتتالية (u_n) هو 4		
ـــ حسب الوسط الحسابي للحدين u_0 و u_2 لدينا $u_0+u_2=2u_1$ اي $u_1=6$	0,75	
ـــ لدينا $r=u_1-u_0$ أي $r=4$	0,75	
3) كتابة عبارة الحد العام u_n بدلالة n	01 ن	
$u_n=u_0+nr$ ومنه $u_n=2+4n$		
4) أ/ حساب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=u_0+u_1+...+u_n$	01 ن	
عدد الحدود هو $n+1$		
$S_n=\frac{(n+1)(u_0+u_n)}{2}$ ومنه $S_n=2(n+1)^2$		
ب/ تعين قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n=162$	01 ن	
$S_n=162$ يعني $(n+1)^2=81$ أي $n=8$ أو $n=-10\notin\mathbb{N}$ مرفوض		

العلامة		
كاملة	مجزأة	عناصر الإجابة
06 ن		**التمرين الثانـــي :** (06 نقاط)
	01 ن	1) أ/ تعين بواقي القسمة الاقليدية على 5 للعدد 2^n من أجل قيم n التالية : 0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4 .... $2^0 \equiv 1[5]$ ، $2^1 \equiv 2[5]$ ، $2^2 \equiv 4[5]$ ، $2^3 \equiv 3[5]$ و $2^4 \equiv 1[5]$ ومنه بواقي القسمة الاقليدية على 5 هي 1، 2، 3 و 4
	01 ن	ب/ استنتاج بواقي القسمة الاقليدية على 5 للعدد 2^n من أجل كل عدد طبيعي n........................ من أجل كل عدد طبيعي k لدينا : $2^{4k} \equiv 1[5]$ ، $2^{4k+1} \equiv 2[5]$ ، $2^{4k+2} \equiv 4[5]$ و $2^{4k+3} \equiv 3[5]$ ومنه بواقي القسمة الاقليدية على 5 للعدد 2^n من أجل كل عدد طبيعي n هي 1، 2، 3 و 4
	01 ن	2) تعين باقي قسمة 17 على 5 و استنتج باقي قسمة العدد 17^{4k} على 5 حيث k عدد طبيعي .... لدينا $17 \equiv 2[5]$ بماأن $17 \equiv 2[5]$ فإن $17^{4k} \equiv 2^{4k}[5]$ ومنه $17^{4k} \equiv 1[5]$ لان $2^{4k} \equiv 1[5]$ حسب خاصية التعدي حيث k عدد طبيعي
	01 ن	3) استنتاج أن العدد $17^{4k} + 2^{4k+3} + 6$ يقبل القسمة على 5 حيث k عدد طبيعي.................... لدينا من أجل كل k عدد طبيعي ، $17^{4k} \equiv 1[5]$ و $2^{4k+3} \equiv 3[5]$ ومنه $17^{4k} + 2^{4k+3} + 6 \equiv 10[5]$ أي $17^{4k} + 2^{4k+3} + 6 \equiv 0[5]$
	02 ن	4) تعيين باقي القسمة الاقليدية على 5 للعدد : $2017^{2016} - 2^{49} + 61^{1954}$ .... ـ لدينا : $61 \equiv 1[5]$ ومنه $61^{1954} \equiv 1[5]$ ـ ولدينا $2017 \equiv 2[5]$ وبماأن $2016 = 4 \times 504$ (2016 من الشكل $4k$) ومنه $2017^{2016} \equiv 2^{4\times504}[5]$ أي $2017^{2016} \equiv 1[5]$ ـ ولدينا $2^{49} \equiv 2[5]$ لان $49 = 4\times12+1$ أي 49 من الشكل $4k+1$ وبالتالي $2017^{2016} - 2^{49} + 61^{1954} \equiv 1-2+1[5]$ أي $2017^{2016} - 2^{49} + 61^{1954} \equiv 3[5]$ ومنه باقي القسمة الاقليدية على 5 للعدد : $2017^{2016} - 2^{49} + 61^{1954}$ هو 3
08 ن		**التمرين الثالث :** (08 نقاط) نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \dfrac{2-x}{x-1}$ 1) نبين أنه من أجل عدد حقيقي x يختلف عن 1 فإن : $f(x) = -1 + \dfrac{a}{x-1}$ حيث a عدد حقيقي يطلب تعيينه
	01 ن	$f(x) = -1 + \dfrac{a}{x-1}$ يعني $f(x) = \dfrac{-x+1+a}{x-1}$ ومنه $a = 1$ .... و بالتالي : $f(x) = -1 + \dfrac{1}{x-1}$ 2) أ/ تعيين النهايات :
	02 ن	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -1$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 1} f(x) = -\infty$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 1} f(x) = +\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -1$ ....

عناصر الإجابة	العلامة: مجزأة	العلامة: كاملة
ب/ استنتاج المستقيمان المقاربان للمنحني (C_f)		
$y=-1$ معادلة مستقيم مقارب للمنحني (C_f) بجوار $-\infty$ و $+\infty$		
$x=1$ معادلة مستقيم مقارب للمنحني (C_f)	0,5 ن	
3) حساب $f'(x)$ وتشكيل جدول تغيرات الدالة f	01 ن	
الدالة f قابلة للاشتقاق على كل من المجالين $]-\infty;1[$ و $]1;+\infty[$ و $f'(x)=\dfrac{-1}{(x-1)^2}$ اي $f'(x)<0$		
ومنه الدالة f متناقصة تماما على المجالين $]-\infty;1[$ و $]1;+\infty[$		
4) كتابة معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة $A(2;0)$..	01 ن	
$y=f'(2)(x-2)+f(2)$ أي $y=-x+2$		
5) $f(0)=-2$ ، إنشاء المماس (T) ، المستقيمين المقاربين ثم المنحني (C_f)	0,25 0,25 01 ن	
		
6) أ/ إنشاء في نفس المعلم السابق المستقيم ذو المعادلة $y=x-2$	0,25	
ب/ حل في $\mathbb{R}$ ، بيانيا المتراجحة $f(x)\le x-2$	0,75	
$S=[0;1[\cup[2;+\infty[$		