المقاطعة التفتيشية الأولى **مديرية التربية لولاية غرداية**

امتحان بكالوريا تجريبية **2017/2016**

الشعب : آداب و فلسفة , لغات أجنبية

المادة : رياضيات **المدة :** ساعتان و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية حدّها الأول u_0 و أساسها $r=-3$ بحيث: $u_0+u_1+u_2+u_3=-10$

1) أحسب u_0

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n , $u_n=2-3n$

3) تحقّق أنّ العدد (-2017) حدّ من حدود المتتالية (u_n) ما رتبته ؟

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=u_0+u_1+...+u_n$

أ) أحسب بدلالة n المجموع S_n

ب) استنتج قيمة المجموع $S'=u_0+u_1+...+u_{673}$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

a و b عددان طبيعيان حيث : $a=2017$, $b=1438$

1) أ) عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على العدد 5

ب) استنتج مما سبق باقي القسمة الإقليدية للعدد $a+b$ على العدد 5

2) أ) تحقّق أنّ $a^2\equiv -1[5]$ و $b^2\equiv -1[5]$

ب) استنتج أنّه مهما كان العدد الطبيعي n فإن العدد $a^{4n}+b^{4n+2}$ يقبل القسمة على 5

3) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث : $a^{4n}+n-1\equiv 0[5]$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f دالة معرفة على R كما يلي : $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o\,;\vec{i}\,;\vec{j})$

1) أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2) أحسب $f'(x)$ ثم أدرس إشارتها على R

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f على R ثم شكّل جدول تغيراتها

4) أ) بيّن أنّ النقطة $A(-1;-2)$ هي نقطة انعطاف للمنحني (C_f)

ب) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة A

5) بيّن أنه مهما كان العدد الحقيقي x فإنّ $f(x) = (x-1)(x+2)^2$

6) حل في R المعادلة $f(x) = 0$ ثم استنتج أنّ المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين يطلب تعيين إحداثيي كل منهما

7) أرسم المنحني (C_f) و المماس (T)

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (06 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 3u_n + 2$

1) أحسب الحدود : u_1 ، u_2 و u_3

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n + 1$

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = 3$ و حدّها الأوّل $v_0 = 4$

ب) أكتب v_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n

3) أحسب بدلالة n الفرق $v_{n+1} - v_n$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (v_n)

4) أ) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$

ب) استنتج بدلالة n المجموع S'_n حيث : $S'_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاثة في كلّ حالة من الحالات الخمس الآتية مع التعليل :

		الاقتراح (أ)	الاقتراح (ب)	الاقتراح (ج)
1	عدد قواسم العدد $2^3 \times 7^2$ هو	6	12	9
2	العددان 1438 و 2017 متوافقان بتردد	3	2	9
3	إذا كان a و b عددين صحيحين بحيث $a \equiv -5[3]$ و $b \equiv 2[3]$ فإنّ	$a^2 - b^2 \equiv 1[3]$	$a^2 - b^2 \equiv 0[3]$	$a^2 - b^2 \equiv 2[3]$
4	a عدد صحيح إذا كان $a \equiv -1[5]$ فإنّ	$a^{2017} \equiv 2[5]$	$a^{2017} \equiv 1[5]$	$a^{2017} \equiv 4[5]$
5	a عدد صحيح إذا كان $a \equiv -11[9]$ فإنّ باقي قسمة a على 9 هو	7	5	3

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة المعرفة على $R-\{2\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-2}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o\,;\vec{i}\,;\vec{j})$

1) أ) أحسب النهايات التالية : $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} +2} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} +2} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

ب) استنتج معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f)

2) أحسب $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

3) شكّل جدول تغيرات الدالة f

4) أ) تحقّق أنّه مهما كان x من $R-\{2\}$ فإنّ : $f(x)=2+\dfrac{5}{x-2}$

ب) استنتج النقط من المنحنى (C_f) التي إحداثياتها أعداد صحيحة

5) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات

6) أرسم المنحني (C_f)

المقاطعة التفتيشية الأولى **مديرية التربية لولاية غرداية**
امتحان بكالوريا تجريبية **2017/2016**
الشعب : آداب و فلسفة , لغات أجنبية
المادة : رياضيات **المدة : ساعتان ونصف**

تصحيح الموضوع الأول

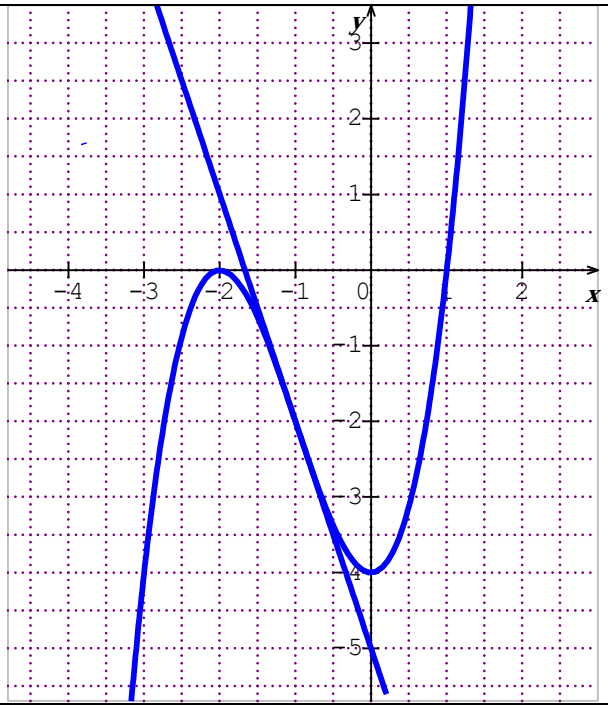
تصحيح التمرين الأول: (06 نقاط)

1)	لدينا $u_n = u_0 + rn = u_0 - 3n$ و منه $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 = -10$ معناه $u_0 + u_0 - 3 + u_0 - 6 + u_0 - 9 = -10$ معناه $u_0 = 2$	01.5
2)	من أجل كل عدد طبيعي n , $u_n = u_0 + rn = 2 - 3n$	01
3)	لدينا $u_n = -2017$ معناه $2 - 3n = -2017$ معناه $n = 673$ و منه العدد $2017-$ حد من حدود المتتالية , لدينا $u_{673} = -2017$ و هو حد رتبته 674	01
4)	أ) $S_n = \frac{n+1}{2}(u_0 + u_n) = \frac{(n+1)(4-3n)}{2}$	01.5
	ب) $S' = S_{673} = \frac{(673+1)(4-3\times 673)}{2} = -679055$ يمكن أن نستخدم الطريقة الآتية أيضا : $S' = \frac{674}{2}(2-2017) = -679055$	01

تصحيح التمرين الثاني: (06 نقاط)

1)	أ) $a = 5\times 403 + 2$ و $b = 5\times 287 + 3$	01
	ب) لدينا $\begin{cases} a \equiv 2[5] \\ b \equiv 3[5] \end{cases}$ ومنه $a + b \equiv 5[5]$ ومنه $a + b \equiv 0[5]$	01
2)	أ) لدينا $\begin{cases} a \equiv 2[5] \\ b \equiv 3[5] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a^2 \equiv 4[5] \\ b^2 \equiv 9[5] \end{cases}$ و منه $\begin{cases} a^2 \equiv -1[5] \\ b^2 \equiv -1[5] \end{cases}$	01
	ب) لدينا $\begin{cases} a^2 \equiv -1[5] \\ b^2 \equiv -1[5] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a^4 \equiv 1[5] \\ b^4 \equiv 1[5] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a^{4n} \equiv 1[5] \\ b^{4n} \equiv 1[5] \\ b^2 \equiv 1[5] \end{cases}$ و منه $\begin{cases} a^{4n} \equiv 1[5] \\ b^{4n+2} \equiv -1[5] \end{cases}$ ومنه $a^{4n} + b^{4n+2} \equiv 0[5]$	02
	منه $\begin{cases} a^{4n} \equiv 1[5] \\ b^{4n} \times b^2 \equiv -1\times 1[5] \end{cases}$ ومنه	
3)	لدينا $a^{4n} + n - 1 \equiv 0[5]$ ومنه $1 + n - 1 \equiv 0[5]$ ومنه $n \equiv 0[5]$ ومنه $n = 5k$ $(k \in N)$ (n مضاعفات العدد 5)	01

تصحيح التمرين الثالث: (08 نقاط)

01	$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} x^3 = +\infty$ ، $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} x^3 = -\infty$	(1
0.5	$f'(x) = 3x^2 + 6x$ لدينا $f'(x) = 3x(x+2)$ معناه $x = 0$ أو $x = -2$ إشارة المشتقة :	(2
01	x: $-\infty$; -2 ; 0 ; $+\infty$ $f'(x)$: $+$; 0 ; $-$; 0 ; $+$	
0.5	الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty\,;-2]$ و على المجال $[0\,;+\infty[$ الدالة f متناقصة تماما على المجال $[-2\,;0]$	(3
01	جدول التغيرات :	
	x: $-\infty$; -2 ; 0 ; $+\infty$ $f'(x)$: $+$; 0 ; $-$; 0 ; $+$ $f(x)$: $-\infty$ ↗ -4 ↘ 0 ↗ $+\infty$	
01	أ) $f''(x) = 6x + 6$ لدينا $f''(x)$ تنعدم عند -1 و تغير إشارتها ومنه $A(-1;-2)$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)	(4
0.5	ب) معادلة المماس : $y = f'(-1)(x+1) + f(-1) = -3x - 5$	
0.5	$(x-1)(x+2)^2 = (x-1)(x^2+4x+4) = x^3 + 3x^2 - 4 = f(x)$	(5
01	$f(x) = 0$ معناه $(x-1)(x+2)^2 = 0$ معناه $x = 1$ أو $x = -2$ و منه المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين هما $B(1;0)$ و $C(-2;0)$	(6
01		(7

تصحيح الموضوع الثاني

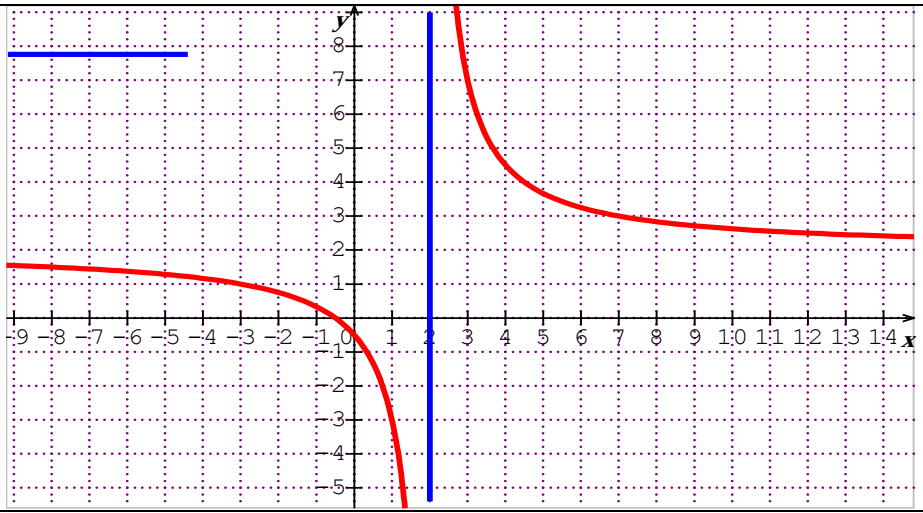
تصحيح التمرين الأول: (06 نقاط)

1)	$u_1 = 3u_0 + 2 = 3\times 3 + 2 = 11$, $u_2 = 3u_1 + 2 = 3\times 11 + 2 = 35$, $u_3 = 3u_2 + 2 = 3\times 35 + 2 = 107$	0.75
2)	أ) $v_{n+1} = u_{n+1} + 1 = 3u_n + 2 + 1 = 3u_n + 3 = 3(u_n + 1) = 3v_n$ و منه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = 3$ و حدها الأول $v_0 = u_0 + 1 = 3 + 1 = 4$	0.75
	ب) $v_n = v_0 \times q^n = 4\times 3^n$, $u_n = v_n - 1 = 4\times 3^n - 1$	01.5
3)	$v_{n+1} - v_n = 4\times 3^{n+1} - 4\times 3^n = 4\times 3^n(3-1) = 8\times 3^n > 0$ نستنتج أن (v_n) متزايدة تماما	01.25
4)	أ) $S_n = v_0 \times \frac{q^{n+1}-1}{q-1} = 4\times \frac{3^{n+1}-1}{3-1} = 2(3^{n+1}-1)$	0.75
	ب) $S'_n = u_0 + u_1 + ... + u_n = (v_0 - 1) + (v_1 - 1) + ...(v_n - 1)$ $= (v_0 + v_1 + ...v_n) + (-1-1...-1) = S_n - 1\times(n+1) = 2(3^{n+1}-1) - n - 1$	01

تصحيح التمرين الثاني: (06 نقاط)

1)	الاقتراح الصحيح : (ب) 12 التعليل : $(3+1)\times(2+1) = 12$	01
2)	الاقتراح الصحيح : (أ) 3 التعليل : الفرق $2017 - 1438 = 579$ يقبل القسمة على العدد 3 لأنّ $579 = 3\times 193$	01
3)	الاقتراح الصحيح : (ب) $a^2 - b^2 \equiv 0[3]$ التعليل : لدينا $\begin{cases} a \equiv -5[3] \\ b \equiv 2[3] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a^2 \equiv 25[3] \\ b^2 \equiv 4[3] \end{cases}$ و منه $\begin{cases} a^2 \equiv 25[3] \\ -b^2 \equiv -4[3] \end{cases}$ ومنه $a^2 - b^2 \equiv 21[3]$ و منه $a^2 - b^2 \equiv 0[3]$	01.5
4)	الاقتراح الصحيح : (ج) $a^{2017} \equiv 4[5]$ التعليل : لدينا $a \equiv -1[5]$ ومنه $a^{2017} \equiv (-1)^{2017}[5]$ و منه $a^{2017} \equiv -1[5]$ ومنه $a^{2017} \equiv 4[5]$	01.5
5)	الاقتراح الصحيح : (أ) 7 التعليل : لدينا $a \equiv -11[9]$ و منه $a \equiv -11 + 18[9]$ ومنه $a \equiv 7[9]$	01

تصحيح التمرين الثالث: (08 نقاط)

01	أ) $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} +2} f(x) = +\infty$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} +2} f(x) = -\infty$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$ ، $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 2$ ب) $x = 2$ هي معادلة مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) $y = 2$ هي معادلة مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ و عند $+\infty$	(1
01	$f'(x) = \dfrac{2(x-2)-1(2x+1)}{(x-2)^2} = \dfrac{-5}{(x-2)^2} < 0$ الدالة f متناقصة تماما على كل مجال من مجالي تعريفها	(2
0.5	جدول التغيرات x: $-\infty$ ، $+2$ ، $+\infty$ $f'(x)$: $-$ ، $\|\|$ ، $-$ $f(x)$: $+2$ ↘ $-\infty$ ، $\|\|$ ، $+\infty$ ↘ $+2$	(3
0.5	أ) $2+\dfrac{5}{x-2} = \dfrac{2(x-2)+5}{x-2} = \dfrac{2x+1}{x-2} = f(x)$	(4
02	ب) $f(x)$ عدد صحيح معناه $x-2$ يقسم 5 وبما أن القواسم الصحيحة لـ5 هي $-5, 5, -1, 1$ فإنّ $x-2 \in \{1,-1,-5,+5\}$ ومنه $x \in \{+3,+1,-3,+7\}$ ومنه $f(x) \in \{+7,-3,+1,+3\}$ ومنه النقط المطلوبة هي : $A(3;7)$ ، $B(1;-3)$ ، $C(-3;1)$ ، $D(7;3)$	
01	$f(x)=0$ معناه $2x+1=0$ معناه $x=-\dfrac{1}{2}$ ومنه (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة احداثياها $(0;-\dfrac{1}{2})$ و بما أنّ $f(0)=-\dfrac{1}{2}$ فإنّ (C_f) يقطع حامل محور التراتيب في نقطة وحيدة احداثياها $(-\dfrac{1}{2};0)$	(5
01		(6