

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول : (6 نقط)

$a \equiv 3[11]$ و $b \equiv 10[11]$ عدنان طبيعيان حيث

(1) عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين $b^2 + a^2$ و $2a \times b$ على 11.

(2) أ) تحقق أن $b \equiv -1[11]$.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين b^{2017} و b^{1438} على 11.

(3) بين أن العدد A يقبل القسمة على 11 حيث $A = b^{2n+1} + 3b^{2n} + 20$.

(4) عين الأعداد الطبيعية n الأصغر من أو تساوي 43 التي تحقق : $(a + 2b)^{2n} + 12n \equiv 0[11]$

التمرين الثاني : (6 نقط)

(U_n) متتالية حسابية معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية ب : $U_2 = 4$ و $U_6 - 2U_3 = 2$

(1) عين أساس المتتالية وحدها الأول U_0

(2) أكتب عبارة الحد العام للمتتالية (U_n) بدلالة n .

(3) أوجد رتبة الحد الذي يساوي 100 لهذه المتتالية.

(4) أ) أحسب بدلالة n المجموع $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

ب) استنتج المجموع $\Gamma = U_0 + U_1 + \dots + U_{34}$

التمرين الثالث : (8 نقط)

I) دالة عددية معرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية \mathbb{R} كمايلي :

$g(x) = a - 3x^2$ حيث a عدد حقيقي، و (C_g) تمثيلها البياني المقابل

(1) عين بيانيا $g(1)$ ثم عين قيمة a .

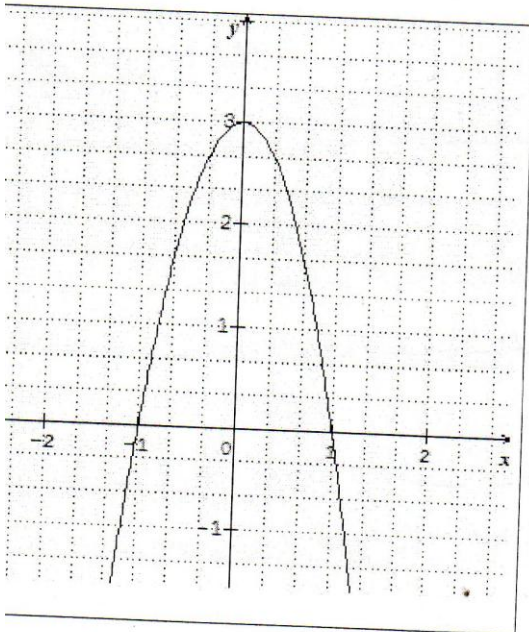
(2) بقراءة بيانية : أ) شكل جدول تغيرات الدالة g

ب) عين إشارة $g(x)$

II) f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كمايلي :

$f(x) = -x^3 + 3x - 2$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$



- (1) أحسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$
- (2) أدرس اتجاه تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
- (3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين إحداثياتها.
- (4) أكتب معادلة المماس (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 0$.
- (5) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f(x) = (x-1)(-x^2 - x + 2)$
- ب) حل في \mathbb{R} المعادلة $f(x) = 0$ ثم أستنتج نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل
- (6) أنشئ (Δ) و (C_f)

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (6 نقط)

أختر الإقتراح الصحيح من بين الإقتراحات الثلاثة في كل حالة ممايلي :

- (1) عدد قواسم العدد 9720 هو : (أ) 24 (ب) 48 (ج) 15
- (2) العددان 2016 و 1436 متوافقان بترديد : (أ) 7 (ب) 5 (ج) 9
- (3) إذا كان $1[5] \equiv x + 2$ فإن : (أ) $x = 5k + 1$ (ب) $x = 5k$ (ج) $x = 5k + 4$
- (4) باقي القسمة الإقليدية للعدد (-2017) على 7 هو : (أ) 1 (ب) 6 (ج) -6
- (5) إذا كان باقي قسمة العدد الطبيعي a على 12 هو 8 فإن باقي قسمة a على 6 هو : (أ) 0 (ب) 1 (ج) 2
- (6) إذا كان $a \equiv 34[5]$ فإن : (أ) $a^{2017} \equiv -1[5]$ (ب) $a^{2017} \equiv 3[5]$ (ج) $a^{2017} \equiv 1[5]$

التمرين الثاني: (6 نقط)

- (1) (U_n) متتالية عددية معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية ب : $U_0 = 5$ و $U_{n+1} = 3U_n - 1$
- أحسب الحدود U_1 ، U_2 و U_2
- (2) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية كمايلي : $V_n = U_n - \frac{1}{2}$.
- أ) أثبت أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول V_0
- ب) أكتب V_n بدلالة n .
- ج) أستنتج U_n بدلالة n ثم أحسب الحد الخامس للمتتالية (U_n) .
- د) أحسب بدلالة n المجموع $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ ثم أستنتج المجموع $S'_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

التمرين الثالث: (8 نقط)

f الدالة العددية المعرفة على $]-\infty, -3[\cup]-3, +\infty[$ كمايلي $f(x) = a - \frac{18}{x+3}$ حيث a عدد حقيقي

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) عين العدد a حتى تكون النقطة $M(-2, -14)$ من المنحنى (C_f) .

(1) بين أنه a من أجل كل عدد حقيقي $x \neq -3$ فإن $f(x) = \frac{4x-6}{x+3}$.

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر بيانيا النتيجة.

(3) أحسب $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x)$ ثم فسر بيانيا النتيجة.

(4) أدرس اتجاه تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(5) عين نقط تقاطع المنحنى مع حاملتي المحورين.

(6) أكتب معادلة المماس (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 0$.

(7) أنشئ (Δ) و (C_f)

الشعبة آداب وفلسفة / لغات أجنبية

ولدينا $b \equiv -1 [11]$ ومنه $b^{2n} \equiv (-1)^{2n} [11]$

أي: $3 \cdot 3^{2n} \equiv 3 [11]$ (2)

من (1) و (2) نجد $b^{2n+1} + 3b^{2n} + 2 \equiv -1 + 3 + 2 \equiv 4 [11]$

$A \equiv 22 [11]$

$A \equiv 0 [11]$

ومنه A يقبل القسمة على 11.

4) تعيين الأعداد الطبيعية n:

لدينا: $(a+2b)^{2n} + 12n \equiv 0 [11]$

ومنه $(3+2(-1))^{2n} + 12n \equiv 0 [11]$

$(3-2)^{2n} + 12n \equiv 0 [11]$

$1^{2n} + 12n \equiv 0 [11]$

أي $1 + 12n \equiv 0 [11]$

ومنه: $12n \equiv -1 [11]$

ومنه $12n \equiv 10 [11]$

أي $n = 11k + 10$ حيث k عدد طبيعي.

لما $k=0$ نجد $n = 11 \times 0 + 10 = 10$

لما $k=1$ نجد $n = 11 \times 1 + 10 = 21$

لما $k=2$ نجد $n = 11 \times 2 + 10 = 32$

لما $k=3$ نجد $n = 11 \times 3 + 10 = 43$

الأعداد الطبيعية هي 10, 21, 32, 43

التعريف الثاني

(1) تعيين أساس المتتالية،

لدينا: $u_n = u_p + (n-p)r$

$u_n = u_2 + (n-2)r$

$u_n = 4 + (n-2)r$

$u_3 = 4 + (3-2)r = 4 + r$

$u_6 = 4 + (6-2)r = 4 + 4r$

ولدينا: $u_6 - 2u_3 = 2$

ومنه $4 + 4r - 2(4 + r) = 2$

$4 + 4r - 8 - 2r = 2$

$2r = 6$

$r = 3$

ولدينا: $u_n = u_2 + nr$

(10)

مناقشة الاختبار التجريبي

في الميكالوريا

الموضوع الأول

التعريف الأول

(1) - تعيين باقي قسمة كل من $b^2 + a^2$ و $2axb$ على 11

لدينا $a \equiv 3 [11]$ ومنه $a^2 \equiv 9 [11]$ (1)

$b \equiv 10 [11]$ ومنه $b^2 \equiv 100 [11]$ (2)

من (1) و (2) نجد: $a^2 + b^2 \equiv 9 + 100 [11]$

أي $a^2 + b^2 \equiv 109 [11]$

وبما أن $109 \equiv 10 [11]$

فإن $a^2 + b^2 \equiv 10 [11]$

باقي قسمة $a^2 + b^2$ على 11 هو 10

كما لدينا:

$a \equiv 3 [11]$ ومنه $2a \equiv 6 [11]$ (1)

$b \equiv 10 [11]$ ومنه (2)

من (1) و (2) نجد $2axb \equiv 60 [11]$

أي $2axb \equiv 5 [11]$

باقي قسمة $2axb$ على 11 هو 5.

(2) التحقق من أن: $b \equiv -1 [11]$

لدينا: $b - (-1) = 10 + 1 = 11$

و 11 مضاف للعدد 11 ومنه

$b \equiv -1 [11]$

ب- الاستنتاج =

لدينا $b \equiv -1 [11]$ أي $b^{2017} \equiv (-1)^{2017} [11]$

ومنه $b^{2017} \equiv -1 [11]$

أي $b^{2017} \equiv 10 [11]$

باقي قسمة b^{2017} على 11 هو 10

كما لدينا: $b \equiv -1 [11]$ ومنه $b^{1438} \equiv (-1)^{1438} [11]$

ومنه $b^{1438} \equiv 1 [11]$

ومنه باقي قسمة b^{1438} على 11 هو 1

3) نبين أن A يقبل القسمة على 11.

لدينا: $b \equiv -1 [11]$ ومنه $b^{2n+1} \equiv (-1)^{2n+1} [11]$

أي $b^{2n+1} \equiv -1 [11]$ (1)

(10)

$$-3x^2 = -3 \quad \text{أي} \\ x^2 = \frac{-3}{-3} = 1$$

ومنه $x = \sqrt{1}$ أو $x = -\sqrt{1}$
 $x = 1$ أو $x = -1$

إشارة $f'(x)$ حسب الجدول التالي:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$+$	$-$

f متناقصة تمامًا على $]-\infty, -1]$ و $[1, +\infty[$
 و متزايدة تمامًا على $]-1, 1[$
 جدول تغيرات f .

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$+$	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-4	0	$+\infty$

$$f(-1) = -(-1)^3 + 3(-1) - 2 = 1 - 3 - 2 = -4$$

$$f(1) = -1^3 + 3 \times 1 - 2 = -1 + 3 - 2 = 0$$

$$f''(x) = -6x \quad \text{لدينا:}$$

$$f''(x) = 0 \quad \text{ومنه} \quad -6x = 0 \quad \text{أي} \quad x = 0$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f''(x)$		$+$	$-$

$f''(x)$ تنعدم عند 0 وتغير إشارات
 ومنه النقطة $I(0, -2)$ نقطة إنعطاف
 للمنحنى (C) .

4- معادلة المماس (Δ) :

$$y = f'(0)(x-0) + f(0)$$

$$y = 3x - 2$$

$$(x-1)(-x^2 - x + 2) \quad \text{لدينا:} \\ = -x^3 - x^2 + 2x + x^2 + x - 2 \\ = -x^3 + 3x - 2 \\ = f(x)$$

(ب) حل المعادلة:

$$f(x) = 0$$

$$(x-1)(-x^2 - x + 2) = 0$$

$$\begin{cases} x - 1 = 0 \\ \text{أي} \\ -x^2 - x + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ -x^2 - x + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Delta = 9$$

تابع حل السلسلة الثاني:

$$u_n = u_0 + nr$$

$$u_2 = u_0 + 2 \times 3$$

$$u_0 = 4 - 6 = -2$$

$$u_n = u_0 + nr \quad \text{كتابة} \quad u_n \text{ بدلالة } n: \quad u_n = -2 + 3n$$

$$u_n = -2 + 3n \quad \text{ومنه:}$$

$$-2 + 3n = 100 \quad \text{ومنه} \quad u_n = 100 \quad \text{لدينا} \quad 3$$

$$\text{أي} \quad 3n = 102 \quad \text{أي} \quad n = \frac{102}{3} = 34$$

$$\text{ومنه} \quad u_{34} = 100 \quad \text{رتبته} \quad 35$$

14 حساب المجموع:

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

$$= \frac{\text{عدد الحدود}}{2} (u_0 + u_n)$$

$$= \frac{n-0+1}{2} (-2 + 2 + 3n)$$

$$S_n = \frac{n+1}{2} (-4 + 3n)$$

ب- الجدول الثاني:

$$T = u_0 + u_1 + \dots + u_{34}$$

$$= \frac{34+1}{2} (-4 + 3(34))$$

$$T = 1715$$

التقريب الثالث:

$$(1) \text{ من البيان } g(1) = 0$$

$$\text{ومنه} \quad a - 3 \times 1^2 = 0 \quad \text{أي} \quad a - 3 = 0$$

$$\text{ومنه} \quad a = 3$$

2/ جدول تغيرات g :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$		$+$	$-$
$g(x)$	$-\infty$	3	$-\infty$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$g(x)$		$-$	$+$	$-$

$$f(x) = -x^3 + 3x - 2 \quad \text{II}$$

1- حساب النهايات:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + 3x - 2) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 + 3x - 2) = +\infty$$

2- إشارات f :

$$f'(x) = -3x^2 + 3$$

$$-3x^2 + 3 = 0 \quad \text{ومنه} \quad f(x) = 0$$

$$a \equiv -1 [5] \quad \text{أي} \\ a^{2017} \equiv (-1)^{2017} [5] \quad \text{ومنه} \\ a^{2017} \equiv -1 [5] \quad \text{ومنه}$$

التعريف الثاني .

$$u_1 = 3u_0 - 1 = 3 \times 5 - 1 = 14 \quad (1)$$

$$u_2 = 3u_1 - 1 = 3 \times 14 - 1 = 41$$

$$u_3 = 3u_2 - 1 = 3 \times 41 - 1 = 122$$

$$v_n = u_n - \frac{1}{2} \quad \text{نعتبر} \quad (2)$$

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = q \quad (v_n) \text{ متتالية هندسية معناه} \quad (3)$$

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{u_{n+1} - \frac{1}{2}}{u_n - \frac{1}{2}} \\ = \frac{3u_n - 1 - \frac{1}{2}}{u_n - \frac{1}{2}} \\ = \frac{3(u_n - \frac{1}{2})}{u_n - \frac{1}{2}}$$

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = 3$$

ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها 3 و حد ما الأول

$$v_0 = u_0 - \frac{1}{2}$$

$$v_0 = 5 - \frac{1}{2} = \frac{10-1}{2} = \frac{9}{2}$$

ب - عبارة v_n بدلالة n :

$$v_n = v_0 \times q^n$$

$$v_n = \frac{9}{2} \times 3^n$$

ج - لاستنتاج u_n بدلالة n

$$v_n = u_n - \frac{1}{2} \quad \text{لدينا}$$

$$v_n + \frac{1}{2} = u_n \quad \text{ومنه}$$

$$u_n = \frac{9}{2} \times 3^n + \frac{1}{2} \quad \text{أي}$$

$$u_4 = \frac{9}{2} \times 3^4 + \frac{1}{2} \quad \text{الحد الخامس هو}$$

$$u_4 = 365$$

$$S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n \quad - 5$$

$$= \frac{\text{الحد الأول}}{1-q} (1 - q^{n+1})$$

$$= \frac{\frac{9}{2}}{1-3} (1 - 3^{n+1}) = \frac{-9}{4} (1 - 3^{n+1})$$

هو 3

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

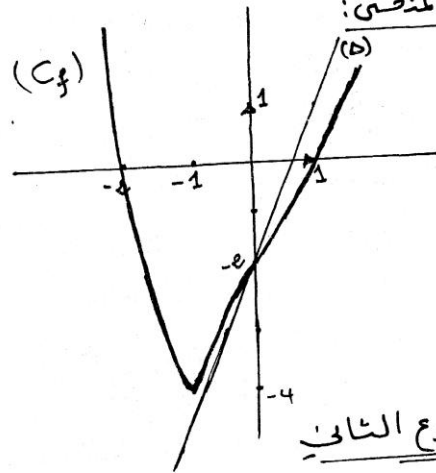
$$= \frac{1+3}{-2} = -2$$

$$x_1 = \frac{1-3}{-2} = 1$$

المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في

النقطتين $M_2(-2, 0)$ ، $M_1(1, 0)$

رسم المنحنى:



الموضوع الثاني

التعريف الأول =

1 - الاقتراح الصحيح هو: (ب)

$$\text{لدينا: } 9720 = 2^3 \times 3^5 \times 5^4$$

عدد قواسم 9720

$$(3+1)(5+1)(1+1) = 4 \times 6 \times 2 = 48$$

2 - الاقتراح الصحيح هو: (ب)

$$\text{لدينا } 2016 - 1436 = 580$$

و 580 مضاعف للعدد 5 وليس مضاعف للعدد 7 و 9.

3 - الاقتراح الصحيح هو: (ج)

$$\text{لدينا } x+2 \equiv 1 [5] \quad \text{ومنه } x \equiv -1 [5]$$

$$x \equiv 4 [5] \quad \text{أي}$$

$$\text{ومنه } x = 5k + 4 \quad \text{حيث } k \in \mathbb{Z}$$

4 - الاقتراح الصحيح هو: (ب)

$$\text{لدينا } \begin{cases} -2017 = 7(-289) + 6 \\ 0 \leq 6 < 7 \end{cases}$$

ومنه باقي القسمة الإقليدية للعدد 2017 على 7 هو 6

5 - الاقتراح الصحيح هو: (أ)

$$\text{لدينا: } a \equiv 34 [5]$$

$$a \equiv 4 [5] \quad \text{ومنه}$$

$$f'(x) = \frac{(4x-6)'(x+3) - (x+3)'(4x-6)}{(x+3)^2}$$

$$= \frac{4(x+3) - (4x-6)}{(x+3)^2}$$

$$= \frac{4x+12-4x+6}{(x+3)^2}$$

$$= \frac{18}{(x+3)^2} > 0$$

f متزايدة تماماً على المجالين $]-\infty, -3[$ و $]3, +\infty[$.

جدول التفرع:

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
f'(x)			
f(x)			

5 - نقط التقاطع مع المحاور:

مع محور الفواصل: $f(x) = 0$

$4x-6=0 \Rightarrow x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ أي $M(\frac{3}{2}, 0)$ نقطة تقاطع محور الفواصل في النقطة $M(\frac{3}{2}, 0)$

مع محور الترتيب: $f(0) = \frac{-6}{3} = -2$

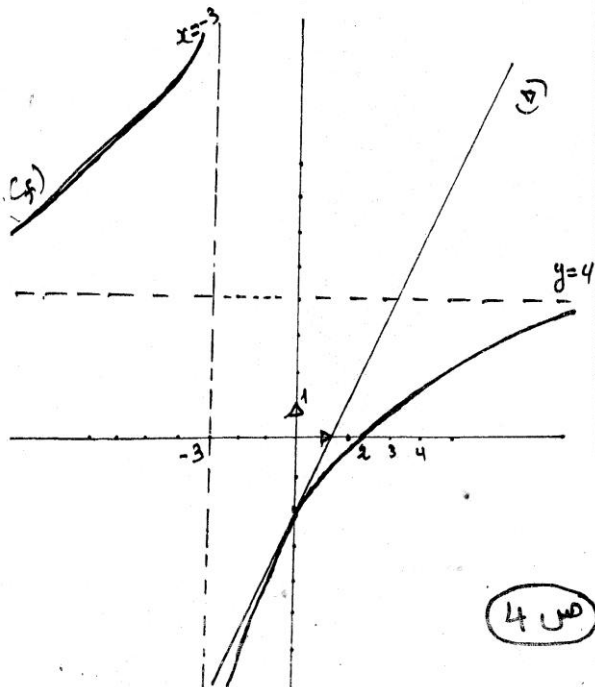
6 - معادلة المماس: $M'(0, -2)$ نقطة التقاطع مع محور الترتيب في النقطة $M'(0, -2)$

$$y = f'(0)(x-0) + f(0)$$

$$y = \frac{18}{(0+3)^2}x - 2$$

$$y = 2x - 2$$

رسم المماس والمماس



(ص 4)

$$S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

$$= (v_0 + \frac{1}{2}) + (v_1 + \frac{1}{2}) + \dots + (v_n + \frac{1}{2})$$

$$= (v_0 + v_1 + \dots + v_n) + (\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2})$$

$$= S_n + \text{عدد الحدود} \times \frac{1}{2}$$

$$S'_n = -\frac{9}{4}(1-3^{n+1}) + (n+1) \times \frac{1}{2}$$

التعريف الثالث

$$f(x) = a - \frac{18}{x+3} \quad (P/1)$$

لدينا $M(-2, -14)$ نقطة من (C_f)

$$f(-2) = -14 \quad \text{معناه}$$

$$a - \frac{18}{-2+3} = -14 \quad \text{أي}$$

$$a - 18 = -14 \quad \text{أي}$$

$$a = -14 + 18$$

$$f(x) = 4 - \frac{18}{x+3} \quad \text{لأن } a=4 \text{ ومنه}$$

(P/4) التبيين:

$$f(x) = 4 - \frac{18}{x+3}$$

$$= \frac{4(x+3) - 18}{x+3}$$

$$f(x) = \frac{4x+12-18}{x+3}$$

$$f(x) = \frac{4x-6}{x+3}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x}{x} = 4 \quad -2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x}{x} = 4$$

التفسير البياني:

(C_f) يقبل مستقيم مقارب موازي لخط $y=4$ محور الفواصل معادلته

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{4x-6}{x+3} = +\infty \quad -3$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{4x-6}{x+3} = -\infty$$

التفسير البياني:

(C_f) يقبل مستقيم مقارب موازي لخط $x=-3$ محور الترتيب معادلته