المستوى: الثالث علوم تجريبية	**فيفري 2021**
اختبار في مادة الرياضيات	**المدة:2 سا**

التمرين الأول (6 ن):

1- لتكن (U_n) المتتالية العددية المعرفة على N كما يلي : $u_0 = 4$ و $u_{n+1} = \dfrac{9u_n - 49}{u_n - 5}$

أ- احسب الحدود : u_3, u_2, u_1

ب- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n: $u_n \neq 7$

2- نعتبر المتتالية العددية (V_n) المعرفة على N كما يلي : $V_n = \dfrac{1}{u_n - 7}$

أ- بين أن (V_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب- اكتب كلا من V_n و U_n بدلالة n.

ج- احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = V_0 + V_1 + ... + V_n$

د- احسب بدلالة n المجموع P_n حيث: $P_n = u_0v_0 + u_1v_1 + ... + u_nv_n$

التمرين الثاني (14ن):

I) g دالة معرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 + 2 - 2\ln x$

1) ادرس تغيرات الدالة g

2) استنتج إشارة $g(x)$

II) f دالة معرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ : $f(x) = x - 1 + \dfrac{2\ln x}{x}$

(c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) ا- احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - (x-1)]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب- ادرس وضعية المنحنى (c_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذي المعادلة: $y = x - 1$

3) ا- بين أن من اجل كل x من $]0,+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين أن المنحنى (c_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) عند نقطة يطلب تعين إحداثياتها. اكتب معادلة (T) .

5) احسب $f(1)$, أنشئ كلا من (Δ) و (T) ثم المنحنى (c_f)

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة :

$$2\ln x - x(m+1) = 0$$

بالتوفيق*

التصحيح النموذجي

التمرين الأول (6 ن):

أ- $u_1 = 13, u_2 = \frac{17}{2}, u_3 = \frac{55}{7}$

ب- البرهان بالتراجع

2 – ا- (V_n) متتالية حسابية أساسها $r = \frac{1}{2}$ و حدها الأول $V_0 = \frac{-1}{3}$

ب- $V_n = \frac{-1}{3} + \frac{1}{2}n$, $u_n = \dfrac{1}{\frac{1}{2}n - \frac{1}{3}} + 7$

ج – $S_n = \frac{n+1}{2}(\frac{1}{2}n - \frac{2}{3})$ و $P_n = n + 1 + \dfrac{7(n+1)(\frac{1}{2}n - \frac{2}{3})}{2}$.

التمرين الثانى (14ن):

ا-

$\lim_{x \to 0} g(x) = +\infty$, $\lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$

من اجل كل x من $\Re$: $g'(x) = \dfrac{2x^2 - 2}{x}$

الدالة g متناقصة تماما على المجال $]0,1]$ و متزايدة تماما على المجال $[1, +\infty[$.

2) إشارة $g(x)$: $g(x) \succ 0$

II.1) $\lim_{x \to 0} f(x) = -\infty$ المنحنى (c_f) يقبل محور التراتيب $(y = 0)$ كمستقيم مقارب له

2) ا- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) - (x-1) = 0$

المنحنى (c_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y = x-1$ بجوار $(+\infty)$

ب- لما $]0,1[$: $x \in$ (c_f) يقع تحت (Δ)

لما $]1;+\infty[$: $x \in$ (c_f) يقع فوق (Δ) .

لما $x=1$: $(c_f) \cap (\Delta) = \{A(1.0)\}$.

3 $f'(x) \succ 0$ فالدالة f متزايدة تماما على المجال $]0,+\infty[$

4) $x_0 = e$ و $(T)\, y = x-1+\dfrac{2}{e}$

6) $f(x) = x+m$

لما $m \in]-\infty,-1]$: يوجد حل وحيد

لما $m \in \left]-1,-1+\dfrac{2}{e}\right[$: يوجد حلان

لما $m = -1+\dfrac{2}{e}$: يوجد حل هو e

لما $m \in \left]-1+\dfrac{2}{e},+\infty\right[$: لا يوجد حلول