

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

المدة ساعتان

المستوى : 3 ع ت ج + 3 ت ر

التمرين الأول (10 ن) :

I - الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty; -1[$ بـ $g(x) = \ln(-x - 1) - x$

1 - بين ان الدالة g متناقصة تمامًا على المجال $]-\infty; -1[$

2 - بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلًا وحيدًا α حيث $-1.3 < \alpha < -1.2$

3 - استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]-\infty; -1[$

II - لتكن الدالة العددية المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بـ $f(x) = \frac{(x-1)\ln(x-1)}{x}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1 - احسب $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ ؛ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2 - 1 - بين انه من اجل كل x من المجال $]1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(-x)}{x^2}$

ب - بين ان الدالة f متناقصة تمامًا على المجال $]1; -\alpha[$ و متزايدة تمامًا على المجال $[-\alpha; +\infty[$ ، ثم

شكل جدول تغيراتها

3 - بين ان $f(-\alpha) = \alpha + 1$ ؛ ثم استنتج حصرًا لـ $f(-\alpha)$

4 - احسب $\lim_{x \rightarrow -\alpha} \frac{f(x) - \alpha - 1}{x + \alpha}$ ، فسر النتيجة هندسيًا

5 - ليكن (Γ) المنحنى الممثل للدالة $x \rightarrow \ln(x - 1)$

ا - ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Γ)

ب - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln(x - 1)]$. فسر النتيجة هندسية

6 - انطلاقًا من منحنى الدالة \ln انشئ (Γ) ثم انشئ (C_f)

التمرين الثاني (10 ن) :

الدالة العددية f معرفة و متزايدة على المجال $]0; +\infty[$ بـ $f(x) = \frac{3x + 2}{x + 4}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$

المتتالية العددية (U_n) معرفة بـ $U_0 = 5$ و $U_{n+1} = f(U_n)$

و من اجل كل عدد طبيعي n

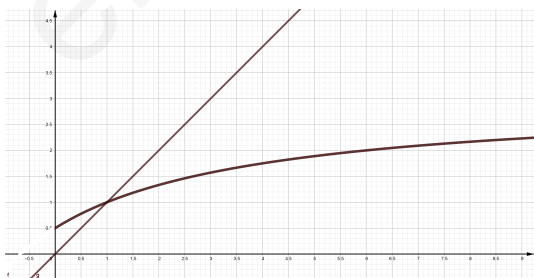
$$U_{n+1} = f(U_n)$$

1 - ا - اعد رسم الشكل المقابل ثم مثل على

حامل محور الفواصل الحدود $U_0; U_1; U_2; U_3$

ب - ضع تخمينًا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n)

و تقاربها



2-1 - برهن انه من اجل كل عدد طبيعي $n : U_n > 1$

ب - ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ، ثم استنتج انها متقاربة

1 - بين انه من اجل كل عدد طبيعي $n : U_{n+1} - 1 = \frac{2(U_n - 1)}{U_n + 4}$

ب - بين انه من اجل كل عدد طبيعي $n : \frac{2}{U_n + 4} \leq \frac{2}{5}$ ثم استنتج ان : $U_{n+1} - 1 \leq \frac{2(U_n - 1)}{5}$

ج - برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي $n : 0 < U_n - 1 \leq 4 \left(\frac{2}{5}\right)^n$ ، ثم استنتج نهاية (U_n)

II- المتتالية العددية (V_n) معرفة على \mathbb{N} ب : $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 2}$

1 - بين ان المتتالية (V_n) هندسية اساسها $\frac{2}{5}$ يطلب تعيين حدها الاول V_0

2-1 - عبر عن V_n بدلالة n

3-1 - بين ان $V_n = 1 - \frac{3}{U_n + 2}$ ثم استنتج U_n بدلالة V_n

احسب المجموع S_n بدلالة n حيث

$$S_n = \frac{1}{2(U_0 + 2)} + \frac{1}{2(U_1 + 2)} + \dots + \frac{1}{2(U_n + 2)}$$

بالتوفيق