الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للإمتحانات و المسابقات

الشعبة : علوم تجريبية — 2020/2021

إختبار في مادة : الرياضيات — المدة: $\ln e^2$ سا

التمرين الأول: (05 نقاط)

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الثلاثة المقترحة مع التعليل.

① الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $y' - 4y - 2 = 0$ و $f(1) = \frac{1}{2}$ هو :

□ $f(x) = e^{4-4x} + \frac{1}{2}$ □ $f(x) = e^{4+4x} - \frac{1}{2}$ □ $f(x) = e^{4-4x} - \frac{1}{2}$

② حلول المتراجحة $\log(2+x) > 1$ في $\mathbb{R}$ هي :

□ $s =]-\infty; 8[$ □ $s =]8; 10[$ □ $s =]8; +\infty[$

③ حلول المعادلة $9^x - 3^{x+1} + 2 = 0$:

□ $s = \{1; 2\}$ □ $s = \left\{0; \frac{\ln 2}{\ln 3}\right\}$ □ $s = \{\}$

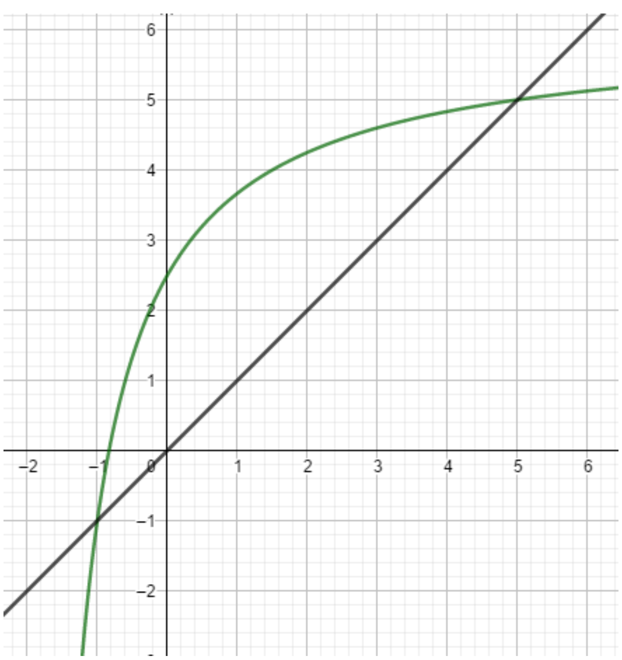
④ إذا كان لدينا من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(4-x) = 2 - f(x)$ فإن :

□ $\omega(2;1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) □ المستقيم ذو المعادلة $y = 2$ محور تناظر للمنحنى (C_f)

□ $\omega(2;-1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f)

التمرين الثاني: (06 نقاط)

I) نعتبر الدالة f المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{6x+5}{x+2}$، و ليكن (C_f) المنحنى الممثل لها، (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y = x$ (انظر الشكل).



1) تحقق أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$.

(U_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $U_0 = 1$ ومن أجل كل n من $\mathbb{N}$: $U_{n+1} = f(U_n)$

2) أ) مثل على محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (U_n) مبينا خطوط الرسم و بدون حساب.

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها.

3) أ) بين أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $1 \leq U_n \leq 5$

ب) ادرس إتجاه تغير المتتالية (U_n) ،هل هي متقاربة؟.

(II

1) لتكن المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n = \dfrac{U_n - 5}{U_n + 1}$

أ) بين أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب) عبر عن V_n ثم عن U_n بدلالة n. ثم أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

2) احسب المجموع S_n بدلالة n حيث : $S_n = V_0 + V_1 + ... + V_{n-1}$

التمرين الثالث: (09 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

I) g دالة معرفة على $[0; +\infty[$ بـ : $g(x) = x^3 + x^2 + x - 1$

1) ادرس تغيرات الدالة g على المجال $[0; +\infty[$.

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.5 < \alpha < 0.6$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $[0; +\infty[$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \dfrac{xe^{-x}}{x^2 + 1}$

1) بين أن $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

2) بين أنه من أجل كل x من $[0; +\infty[$ لدينا : $f'(x) = \dfrac{-e^{-x} g(x)}{(x^2 + 1)^2}$

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) أنشئ المنحنى (C_f) (نقبل أن $f(\alpha) \approx= 0.25$)

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي عدد حلول المعادلة : $xe^{-x} - mx^2 - m = 0$

III) u دالة عددية معرفة على $[0; +\infty[$ بـ : $u(x) = \ln(f(x))$

1. ادرس تغيرات الدالة u ثم شكل جدول تغيراتها.