

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية سطيف

ثانوية بورقبة العيفة

دورة: ماي 2019 .

امتحان بكالوريا تجريبي.

الشعبة: علوم تجريبية

المدة: 03 سا و 30 د

اختبار في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين:
الموضوع الأول:

التمرين الأول:

(U_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N}^* بحدّها الأول $U_1 = -1$ و من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n

$$U_{n+1} = \frac{n}{2(n+1)}U_n + \frac{3(n+2)}{2(n+1)} ;$$

1 - برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $U_n \leq 3$

2 - ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ، ثم استنتج انها متقاربة

3 - احسب نهاية المتتالية (U_n)

II - لتكن المتتالية (V_n) المعرفة على \mathbb{N}^* ب: $V_n = n(3 - U_n)$

1 - برهن ان المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين اساسها و حدّها الأول V_1

2 - عبر عن V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n

3 - احسب نهاية (U_n) مرة اخرى

4 - احسب المجموعين S_n ؛ S'_n حيث : $S_n = \frac{V_1}{3 - U_1} + \frac{V_2}{3 - U_2} + \dots + \frac{V_n}{3 - U_n}$

$$S'_n = U_1 + 2U_2 + 3U_3 + \dots + nU_n$$

التمرين الثاني:

I - جد قيم العددين المركبين Z ؛ Z' حيث:

$$\begin{cases} Z - Z' = -2\sqrt{3} \\ Z \cdot Z' = -4 \end{cases}$$

II - المستوي منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. A ، B و C نقط من المستوي لواحقتها على

$$\text{الترتيب } Z_D = \overline{Z_C} \text{ و } Z_C = 2\left(\sin\frac{\pi}{3} + i\cos\frac{\pi}{3}\right) ; Z_B = \overline{Z_A} ; Z_A = -2e^{-i\pi/6}$$

1 - ا - اكتب كلا من Z_A ؛ و Z_C على الشكل الاسي

ب - عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $(Z_A \times Z_C \times Z_B)^n$ تخيليا صرفا

2-1 - اكتب العدد $\frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A}$ على الشكل الجبري

ب - استنتج انه يوجد تشابه مباشر S يحول النقطة C إلى النقطة B ، يطلب تعيين عناصره المميزة

3- حدد طبيعة الرباعي $ABDC$

4-1 - عين ثم انشئ (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z التي تحقق : $Z + \sqrt{3} - i = -2e^{i\theta}$

حيث $\theta \in \mathbb{R}$

ب - عين (Γ') صورة (Γ) بالتشابه المباشر S

التمرين الثالث :

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(-1; 2; 1)$ ؛ $B(2; 1; 3)$ و

$C(0; -1; 2)$

1- جد معادلة ديكارتية لـ (P) المستوي المحوري لقطعة المستقيم $[AB]$

2- عين معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يشمل النقطة A و يوازي المستوي (P)

3-1 - عين تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة C و يعامد المستوي (P)

ب - عين احداثيات النقطة E نقطة تقاطع المستوي (Q) و المستقيم (Δ)

ج - احسب المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ)

4- عين تمثيلاً وسيطياً للمستوي (R) الذي يحوي المستقيم (AC) و يعامد المستوي (P) ثم استنتج

معادلة ديكارتية له

التمرين الرابع :

I - لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty, 3[$ ب : $g(x) = \frac{x+1}{x-3} + \ln(3-x)$

1- ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

2- بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $0.7 < \alpha < 0.8$

3- استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x من المجال $]-\infty, 3[$

II - لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty, 3[$ ب : $f(x) = (x+1) \ln(3-x)$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1- احسب $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ فسر النتيجة هندسية ثم احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2-1 - بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty, 3[$: $f'(x) = g(x)$

ب - ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3- بين ان $f(\alpha) = \frac{(\alpha+1)^2}{3-\alpha}$ ؛ ثم استنتج حصرًا لـ $f(\alpha)$

4- حل في المجال $]-\infty, 3[$ المعادلة $f(x) = 0$ ؛ انشئ (C_f)

5-1 - تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty, 3[$: $\frac{x^2+2x}{-2x+6} = \frac{-x-5}{2} + \frac{15}{-2x+6}$

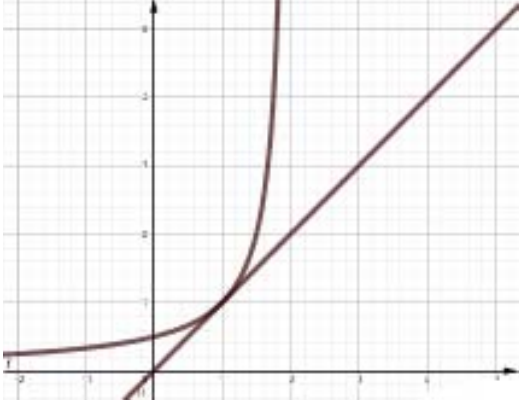
ب - باستعمال التكامل بالتجزئة احسب العدد A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمت

التي معادلاتها $x = -1$ ، $x = 2$ و $y = 0$

الموضوع الثاني:

التمرين الأول:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-\infty; 2[$ بـ : $f(x) = \frac{1}{2-x}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم لتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، وليكن المستقيم ذا المعادلة $y = x$



(U_n) المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول U_0 حيث $U_0 = -1$

و من اجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1} = f(U_n)$

1- ا - مثل على حامل محور الفواصل الحدود U_0 ؛ U_1 ؛ U_2

و U_3

ب - ضع تخمينًا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها

2- برهن بالتراجع ان : من اجل كل عدد طبيعي n ، $U_n < 1$

3- ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم استنتج انها متقاربة

4- نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة كمايلي : من اجل كل عدد طبيعي n : $V_n = \frac{2}{1-U_n}$

ا - برهن ان المتتالية (V_n) حسابية اساسها 2 ثم عين عبارة حددها العام V_n بدلالة n

ب - استنتج عبارة الحد العام U_n بدلالة n ثم احسب نهاية المتتالية (U_n)

5- احسب المجموع S_n حيث : $S_n = U_0 \times V_0 + U_1 \times V_1 + \dots + U_n \times V_n$

التمرين الثاني:

يحتوي كيس على 12 كرة منها 3 بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 ، و 5 خضراء تحمل الأرقام 1; 2; 2; 2; 3 و 4 حمراء تحمل الأرقام 1; 2; 2;

نسحب عشوائيًا و في ان واحد ، كرتين من الكيس

نعتبر الحادثين A (سحب كرتين من نفس اللون) ، B (سحب كرة خضراء على الأقل)

1- ا - احسب احتمال كل حادثة من الحوادث : A ، B ، $A \cap B$

ب - هل الحادثان A ، B مستقلتان

2- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب جداء العددين المسجلين على الكرتين المسحوبتين

ا - عين قيم المتغير العشوائي X ، ثم عرف قانون احتماله

ب - احسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير X

ج - احسب احتمال الحادثة $|X - 4| = 2$

التمرين الثالث:

I - حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة $(Z + 4)(2\bar{Z}^2 + 6\bar{Z} + 17) = 0$

II - المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، A ، B و C نقط من المستوي لواحقتها على

$$\text{الترتيب } Z_C = \bar{Z}_B ؛ Z_B = -\frac{3}{2} + \frac{5}{2}i ، Z_A = -4$$

1 - (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z التي تحقق : $\arg(Z + 4)^2 = \frac{\pi}{2}$

ا - تحقق ان النقطة B تنتمي إلى المجموعة (Γ)

ب - عين المجموعة (Γ)

2 - ا - تحقق ان : $(Z_B - Z_A) = i(Z_C - Z_A)$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

ب - استنتج ان النقطة B صورة النقطة C بتحويل نقطي يطلب تعيينه و تحديد عناصره المميزة

3 - لتكن النقطة D صورة النقطة B بالانسحاب الذي شعاعه $2\vec{AC}$

حدد طبعة الرباعي $ACDB$

التمرين الرابع:

I - نعتبر الدالة العددية g المعرفة على \mathbb{R} كمايلي : $g(x) = \frac{1}{2} - \frac{1+2x}{2e^{2x}}$

1 - ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

2 - استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x

II - لتكن الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} ب : $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}(1+x)e^{-2x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1 - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ؛ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2 - ا - بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$

ب - استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

ج - بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثيتها

3 - بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α ، حيث : $-0.9 < \alpha < -0.8$

4 - ا - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \frac{1}{2}x]$ ؛ فسر النتيجة هندسيا

ب - ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = \frac{1}{2}x$

5 - انشئ (C_f) و المستقيم (Δ)

6 - ا - عين مجموعة النقط $M(x; y)$ من المنحنى (C_f) التي يكون فيها التماس موازيا للمستقيم (Δ)

ب - ناقش بياننا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x : $(1+x) = me^{2x}$

7 - H الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} ب : $H(x) = (ax+b)e^{-2x}$ حيث a ؛ b عددان حقيقيان

ا - عين a و b بحيث تكون H دالة اصلية للدالة $x \rightarrow (x+1)e^{-2x}$

ب - احسب العدد A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمت التي معادلاتها $x = \alpha$ ، $x = 0$

$$\text{و } y = \frac{1}{2}x$$

تمنيتي لكم بالنجاح و التوفيق في شهادة البكالوريا