الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية عين تموشنت

اختبار الفصل الثالث (امتحان بكالوريا تجريبي) — ثانوية داودي محمد ـ المالح ـ

القسم: 3 علوم تجريبية — 2019/05/13

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 3 سا

على المترشح ان يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم م م م $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. نعتبر النقط $A\left(1;2;-2\right)$، $B\left(0;3;-3\right)$ و $C\left(1;1;-2\right)$

1) أ ـ بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا.

ب ـ بين أن الشعاع $\vec{n}\left(1;0;-1\right)$ ناظمي للمستوي $\left(ABC\right)$ ثم اكتب معادلة ديكارتية له.

2) لتكن $\left(S\right)$ مجموعة النقط $M\left(x;y;z\right)$ من الفضاء حيث: $x^2+y^2+z^2-2y+2z=0$

ـ بين أن $\left(S\right)$ هي سطح كرة يطلب تحديد احداثيات مركزها Ω و نصف قطرها .

3) أ ـ بين أن سطح الكرة $\left(S\right)$ يمس المستوي $\left(ABC\right)$.

ب ـ احسب الطول ΩC ثم استنتج نقطة التماس بين $\left(S\right)$ و $\left(ABC\right)$.

التمرين الثاني: (4.5 نقاط)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى م م م $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ النقط A ، B و C ذات اللواحق: $z_A=i$ ، $z_C=e^{-i\frac{\pi}{6}}$ و $z_B=-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$ و r التحويل النقطي المعرف بالعبارة المركبة: $z'=\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z+\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}i$

1) أ ـ اكتب z_C على الشكل الجبري.

ب ـ حدد طبيعة التحويل r مع تعيين عناصره المميزة.

2) أ ـ اوجد z_D لاحقة D مرجح الجملة $\left\{\left(A,2\right);\left(B,-1\right);\left(C,2\right)\right\}$.

ب ـ حدد طبيعة مجموعة النقط $M\left(Z\right)$ التي تحقق: $z=e^{i\theta}$ لما يتغير θ في المجال $\left[0;2\pi\right]$.

3) نعتبر الآن التحويل النقطي h الذي يحول $M\left(Z\right)$ إلى $M'\left(Z'\right)$ حيث: $z'-i=2\left(z-i\right)$

أ ـ حدد طبيعة التحويل h و عناصره المميزة.

ب ـ اوجد z_E لاحقة E صورة النقطة D بالتحويل h ثم بين أن: $z_D-z_C=e^{i\frac{\pi}{3}}\left(z_E-z_C\right)$

ج ـ استنتج قيس للزاوية الموجهة $\left(\overrightarrow{CE};\overrightarrow{CD}\right)$ ثم حدد نوع المثلث CDE .

4) بين أن التحويل $s=r\circ h$ هو تشابه مباشر يطلب تعيين عناصره المميزة.

التمرين الثالث:(4 نقاط)

نعتبر المتتاليتان (u_n) و (v_n) المعرفتين على N حيث: $u_0=1$ و $v_0=2$ و من أجل كل n من N:

$$u_{n+1}=\frac{3}{4}u_n+\frac{1}{4}v_n \quad \text{و} \quad v_{n+1}=\frac{1}{4}u_n+\frac{3}{4}v_n$$

1) لتكن المتتالية (w_n) المعرفة على N بـ: $w_n=v_n-u_n$

أ - بين أن المتتالية (w_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ و حدها الأول w_0 يطلب حسابه.

ب - اكتب بدلالة n عبارة الحد العام w_n ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} w_n$.

ج - استنتج إشارة w_n ثم استنتج أنه من أجل كل n من N: $v_n \geq u_n$.

2) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما و المتتالية (v_n) متناقصة تماما.

3) بين أن المتتاليتين (u_n) و (v_n) متقاربتان نحو نفس النهاية ℓ .

4) أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من N: $v_n+u_n=3$

ب - استنتج النهاية ℓ .

التمرين الرابع:(7.5 نقاط)

I) g دالة معرفة على $]-\infty;1]$ بـ: $g(x)=1-(x-1)e^{x-1}$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-\infty;1]$.

2) شكل جدول تغيرات الدالة g ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $]-\infty;1]$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ : $f(x)=-e^{x-1}+\ln(1-x)$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} f(x)$ ثم فسر النتيجة الثانية بيانيا.

2) بين أنه من أجل كل x من $]-\infty;1[$: $f'(x)=\frac{-g(x)}{1-x}$ ثم شكل جدول تغيرات f .

3) أ - بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: $-1<\alpha<0$.

ب - عين حصرا للعدد α سعته $0,1$.

4) احسب $f(0)$ ثم انشئ المنحنى (C_f) .

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $-e^{x-1}-2m+\ln(1-x)=0$

6) نعتبر الدالة h المعرفة على $]-\infty;1[$ بـ: $h(x)=(x-1)\ln(1-x)-x$

أ - بين أن h هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto \ln(1-x)$ على المجال $]-\infty;1[$.

ب - احسب العدد الحقيقي $I=\int_{-1}^{\alpha} f(x)\,dx$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(4 نقاط)

I) نعتبر كثير الحدود التالي: $p(z)=z^3-3z^2+3z+7$

1) عين العددين الحقيقيين α و β بحيث يكون: $p(z)=(z+1)(z^2+\alpha z+\beta)$.

2) حل في C المعادلة: $p(z)=0$

II) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ النقط A ، B ، C و D

حيث: $z_A=-1$ ، $z_B=2+\sqrt{3}i$ ، $z_C=\overline{z_B}$ و $z_D=3$

1) بين باستعمال الخواص و علاقة شال أن: $\arg\left(\frac{Z_B-Z_A}{Z_C-Z_A}\right)=(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB})$

2) اكتب العدد $\frac{Z_B-Z_A}{Z_C-Z_A}$ على الشكل الأسي ثم استنتج نوع المثلث ABC بدقة.

3) بين أن النقطة D هي مرجح الجملة $\{(A;-1);(B;2);(C;2)\}$.

4) (Δ) مجموعة النقط $M(x;y)$ التي تحقق: $(-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC})\cdot\overrightarrow{CD}=12$

ـ اوجد بدلالة x و y احداثيات $\overrightarrow{MD}$ ثم بين أن (Δ) هو مستقيم يطلب تحديد معادلة ديكارتية له.

التمرين الثاني:(4 نقاط)

(u_n) متتالية معرفة على N بـ $u_0=0$ و $u_1=1$ من أجل كل n من N: $u_{n+2}=\frac{2}{5}u_{n+1}-\frac{1}{25}u_n$

نضع من أجل كل n من N: $v_n=u_{n+1}-\frac{1}{5}u_n$ و $w_n=5^n u_n$

1) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{5}$ يطلب حساب حدها الأول v_0 و اعطاء عبارة حده العام v_n .

2) بين أن المتتالية (w_n) حسابية أساسها 5 يطلب حساب حدها الأول w_0.

3) اكتب بدلالة n عبارة الحد العام w_n ثم بين أن: $u_n=\frac{n}{5^{n-1}}$

4) أ ـ بين أنه من أجل كل n من N^*: $0<u_{n+1}\le\frac{2}{5}u_n$ (يمكن البرهنة على أن: $u_{n+1}-\frac{2}{5}u_n\le 0$)

ب ـ استنتج أنه من أجل كل n من N^*: $0<u_n\le\left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$

ج - استنتج $\lim_{x\to+\infty}u_n$.

التمرين الثالث:(4 نقاط)

يحتوي صندوق على ثلاث كريات بيضاء مرقمة من 1 إلى 3 ، و خمس كريات سوداء مرقمة من 1 إلى 5 لانفرق بينها عند اللمس. نسحب كريتين على التوالي و بدون إعادة الكرية المسحوبة إلى الصندوق.

1) اذكر لماذا لدينا تساوي الإحتمال؟

2) نعتبر الحوادث التالية: A " سحب كريتين من نفس اللون "

B " سحب كريتين تحملان نفس الرقم " ، C " سحب كريتين مجموع رقميهما يساوي 7 "

أ ـ بين أن $p(A)=\dfrac{13}{28}$ ثم احسب: $p(B)$ و $p(C)$.

ب ـ ما احتمال سحب كريتين تحملان نفس الرقم علما أنهما من نفس اللون؟

3) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب عدد الأرقام الزوجية المسحوبة.

أ ـ عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X .

ب ـ احسب $E(X)$ ثم $v(X)$.

التمرين الرابع:(8 نقاط)

I) g دالة معرفة على R بـ: $g(x)=4xe^{2x}+1$

1) احسب نهايات الدالة g .

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال R ثم شكل جدول تغيراتها.

3) استنتج أنه من أجل كل x من R: $g(x)>0$

II) لتكن الدالة f المعرفة على R بـ : $f(x)=x+1+(2x-1)e^{2x}$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ ـ بين أن المستقيم (Δ) ذو معادلة $y=x+1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب ـ ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

3) بين أنه من أجل كل x من R: $f'(x)=g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f .

4) أ ـ بين أن المنحنى (C_f) يشمل النقطة $\omega\left(\dfrac{-1}{2};\dfrac{e-4}{2e}\right)$.

ب ـ تحقق أن النقطة ω هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) .

5) احسب $f(0)$ ثم انشئ (Δ) و المنحنى (C_f) .

6) أ ـ باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب العدد: $I=\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}}(2x-1)e^{2x}\,dx$

ب ـ احسب التكامل $I=2\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}}f(x)\,dx$. ماذا تمثل النتيجة المحصل عليها بالنسبة للدالة f .

انتهى الموضوع الثاني