

البكالوريا التجريبي في مادة: الرياضيات

الموضوع الاول

التمرين الأول (04):

لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_0 = 1$ ومن اجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{4u_n}{u_n+2}$

(1) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $1 \leq u_n < 2$

(2) ادرس رتبة المتتالية (u_n) . هل المتتالية (u_n) متقاربة؟

(3) نضع من اجل كل عدد طبيعي n : $v_n = 1 - \frac{2}{u_n}$

(ا) بين ان المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الاول ثم عبر عن v_n بدلالة n

(ب) استنتج عبارة u_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(ج) نضع من اجل كل عدد طبيعي n : $S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \dots + \frac{1}{u_n}$ ، احسب S_n بدلالة n

(4) (ا) بين ان $|u_{n+1} - 2| \leq \frac{2}{3} |u_n - 2|$ من اجل كل عدد طبيعي n

(ب) برهن انه من اجل كل عدد طبيعي n : $|u_n - 2| \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين الثاني (04):

نعتبر صندوقين متماثلين U_1 و U_2 بحيث:

U_1 يحتوي على خمس كرات حمراء تحمل الارقام 1، 1، 1، 2، 0 وثلاث كرات خضراء تحمل الارقام 1، 1، 0،

U_2 يحتوي على ثلاث كرات حمراء تحمل الارقام 1، 1، 2، وكرتين خضراوين تحمل الرقمين 1، 0،

(كل الكرات متماثلة لانفرق بينها عند اللمس)

I. نختار عشوائيا احد الصندوقين فاذا كان U_1 نسحب كرتين على التوالي بدون ارجاع واذا كان U_2 نسحب منه كرتين على التوالي بالارجاع

(1) احسب احتمال الحوادث التالية:

A "سحب كرتين من نفس اللون"، B "سحب كرتين تحملان نفس الرقم"، C "سحب كرة حمراء على الاقل"

(2) هل الحادثتان A و B مستقلتان؟ علل.

(3) اذا علمت ان الكرتين المسحوبتين من لونين مختلفين. فما احتمال ان تكون من الصندوق U_1 ؟

II. نأخذ الكرات الموجودة في الصندوقين U_1 و U_2 ونضعها جميعها في صندوق واحد U_3 . نسحب عشوائيا من الصندوق U_3 كرتين في ان واحد.

وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة مجموع الارقام التي تحملها الكرتين المسحوبتين

1. عين قيم المتغير العشوائي X

2. عرف قانون الاحتمال لـ X

التمرين الثالث (05):

(1) نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة C المعادلة ذات المجهول z:

$$(E) \quad \bar{z}^3 - 3\bar{z}^2 + 3\bar{z} + 7 = 0 \dots$$

(ا) بين ان المعادلة (E) تكافئ المعادلة: $(\bar{z}^2 - 4\bar{z} + 7) = 0$

(ب) حل في C المعادلة (E)

(2) في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، نعتبر النقط A، B، C، D لواحقها على الترتيب: $z_B = 2 + i\sqrt{3}$ ، $z_A = -1$

$$z_D = 3, z_C = \bar{z}_B,$$

(أ) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $(z_B - z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا

(ب) عين طبيعة المثلث ABC

3. (أ) اكتب العدد $\frac{z_A - z_C}{z_D - z_C}$ على الشكل الاسي ثم استنتج ان النقطة A صورة D بتحويل نقطي يطلب تعيينه

(ب) اوجد مركز ونصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ACD

4. (Γ) مجموعة النقط M من المستوي لاحتتها z تحقق: $z + 1 = 2\sqrt{3}ke^{\frac{\pi}{6}}$ حيث k يسمح المجال $[0; +\infty[$

• عين قيسا للزاوية الموجهة $(\vec{u}; \overrightarrow{AB})$ ، ثم استنتج مجموعة النقط (Γ)

5. (أ) عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث يكون: $-\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB} + \alpha\overrightarrow{CD} = \vec{0}$

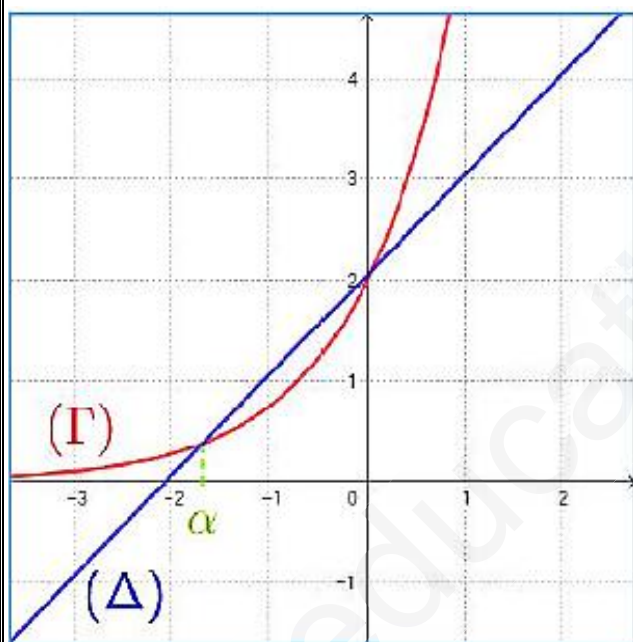
(ب) عين (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\|-\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BM} - 3\overrightarrow{DM}\| \leq 2\|\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{CM}\|$

(ج) استنتج مجموعة نقط تقاطع (E) و (Γ)

النمرين الرابع (07):

1. المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. التمثيل البياني للدالة $x \mapsto 2e^x$ (Γ).

(Δ)، المستقيم ذو المعادلة $\alpha \cdot y = x + 2$ و 0 هما فاصلتا نقطتي تقاطع (Γ) و (Δ) حيث $-1.6 < \alpha < -1.5$



(1) بقراءة بيانية حدد وضعية المنحنى (Γ) بالنسبة لـ (Δ) على \mathbb{R}

(2) g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x والمعروفة على \mathbb{R} بـ:

$$g(x) = -2e^x + x + 2$$

• حدد اشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x

II. الدالة العددية المعروفة على \mathbb{R} بـ:

(C_f)، تمثيلها البياني $f(x) = 2(ex - 3) + (x + 3)e^{-x+1}$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(ب) بين انه من اجل كل x من \mathbb{R} : $f'(x) = -g(x)e^{-x+1}$

(ج) عين دون حساب: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\alpha+h) - f(\alpha)}{h}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا

(د) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

(2) (أ) بين ان المستقيم (D) ذا المعادلة $y = 2(ex - 3)$ هو مستقيم مقارب

لـ (C_f) عند $+\infty$ ، ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (D)

(ب) بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها

(ج) بين ان المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلتها β حيث: $-2.4 < \beta < -2.3$

(3) انشئ كل من (C_f)، (D)، ناخذ $f(-3) \approx -22.31$ ، $f(\alpha) \approx 4.15$

(4) (أ) اوجد العددين الحقيقيين a ، b حتى تكون الدالة $x \rightarrow (ax + b)e^{-x+1}$ دالة اصلية للدالة $x \rightarrow (x + 3)e^{-x+1}$ على \mathbb{R}

(ب) احسب I_n مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (D) والمستقيمين الذين معادلتيهما: $x = 1$ ، $x = n$ حيث n عدد

طبيعي ($n > 1$)، ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} I_n$

نعتبر الدالة f المعرفة على $+\infty; 0]$ كما يلي: $f(x) = \frac{3x-1}{2x}$ (C_f). تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

كما هو موضح في الشكل . وليكن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$

$$(1) \quad \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases} \quad (u_n) \text{ متتالية معرفة على } \mathbb{N} \text{ كما يلي:}$$

(ا) مثل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 على محور الفواصل مبرزاً خطوط الانشاء

(ب) خمن اتجاه تغير وتقارب المتتالية (u_n)

(ج) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n فان $u_n > 1$ ثم بين ان (u_n) متناقصة

(د) استنتج ان المتتالية (u_n) متقاربة

$$(2) \quad (ا) \text{ اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي } n \text{ فان: } u_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{2}(u_n - 1)$$

(ب) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n فان $u_n - 1 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$ ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n)

$$(3) \quad \text{ لتكن } (v_n) \text{ متتالية معرفة على } \mathbb{N} \text{ كما يلي: } v_n = \frac{u_n - 1}{2u_n - 1}$$

(ا) بين ان المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الاول

(ب) احسب المجموع S_n بدلالة n حيث: $S_n = \frac{v_0 - 1}{u_0} + \frac{v_1 - 1}{u_1} + \frac{v_2 - 1}{u_2} + \dots + \frac{v_n - 1}{u_n}$

الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. نعتبر النقط $A(-2; 0; 1)$, $B(1; 2; -1)$, $C(-2; 2; 2)$

$$(1) \quad (ا) \text{ احسب الجداء السلمي } \vec{AB} \cdot \vec{AC} \text{ ثم الطولين } AB \text{ و } AC$$

(ب) عين قياساً بالدرجات مدورا الى الوحدة للزاوية \widehat{BAC}

(ج) استنتج ان النقط A, B, C ليست في استقامية

(د) اثبت ان: $2x - y + 2z + 2 = 0$ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

(2) لتكن (P_1) و (P_2) المستويين ذي المعادلتين $x + y - 3z + 3 = 0$ و $x - 2y + 6z = 0$ على الترتيب

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 + 3t \\ z = t \end{cases} \quad ; \quad (t \in \mathbb{R}) \text{ وسيطي: له تمثيل مستقيم } (\Delta) \text{ متقاطعين في مستقيم } (P_2) \text{ و } (P_1)$$

(3) بين ان المستقيم (Δ) والمستوي (ABC) متقاطعان ثم حدد احداثيات نقطة تقاطعهما

(4) ليكن (S) سطح الكرة ذات المركز $\Omega(1; -3; 1)$ ونصف القطر $r = 3$

(ا) اعط معادلة ديكارتية لـ (S)

(ب) حدد تقاطع (S) مع المستوي (ABC)

ا. a و b عدداً حقيقيان .

$$(1) \quad \text{ انشر الجداء } (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$(2) \quad \text{ حل في مجموعة الاعداد المركبة } \mathbb{C} \text{ المعادلة: } z^3 + 8 = 0$$

ا. نعتبر في المستوى المركب المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{OI}; \vec{OJ})$ النقط A, B, D التي لواحقها: $z_B = 1 - \sqrt{3}i$, $z_A = -2$

$$z_D = 1 + \sqrt{3}i,$$

(1) علم النقط A, B, D و

$$(2) \quad (ا) \text{ اكتب على الشكل الاسي العدد المركب } \alpha \text{ حيث: } \alpha = \frac{z_D - z_A}{z_B - z_A}$$

(ب) استنتج نوع المثلث ABD

(ج) اكتب معادلة للدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABD

- 3) لتكن C مرجح الجملة $\{(A, -1); (B, 1); (D, 1)\}$
- (أ) عين Z_C لاحقة النقطة C ثم حدد مع التبرير طبيعة الرباعي $ABCD$.
- (ب) احسب قياسا بالراديان للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{DO})$ ثم استنتج الوضع النسبي للمستقيم (DC) والدائرة (C)
- 4) لتكن (I) مجموعة النقط M التي لواحقها Z : حيث $k \in \mathbb{Z}, \arg(\bar{z} + 2) = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$
- تحقق ان النقطة B تنتمي الى المجموعة (I) ثم حدد (I)
- 5) R الدوران الذي مركزه النقطة D ويحول النقطة A الى النقطة B
- (أ) اكتب العبارة المركبة للدوران R
- (ب) تحقق ان $R(B) = C$ ثم استنتج صورة المثلث ABD بالدوران R

النمرين الرابع (07):

الدالة المعرفة بـ: $f(0) = 1$ ، ومن اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $f(x) = \frac{1}{2}x^2(3 - 2 \ln x) + 1$.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) (أ) ادرس استمرارية الدالة f عند النقطة $x_0 = 0$

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$ ثم فسر النتيجة هندسيا

2) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$

3) (أ) بين انه من اجل كل عدد حقيقي موجب تماما، $f'(x) = 2x(1 - \ln x)$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

4) جد معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة E ذات الفاصلة 1

5) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = f(x) - 2x - \frac{1}{2}$

(أ) احسب $g'(x)$ و $g''(x)$

(ب) بين ان الدالة g' تقبل قيمة حدية عظمى عند القيمة 1 ثم استنتج اشارة $g'(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

(ج) استنتج اتجاه تغير الدالة g ، احسب $g(1)$ ، ثم استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

(د) استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) ، فسر النتيجة هندسيا.

6) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق: $4.6 < \alpha < 4.7$

7) ارسم في المعلم السابق (Δ) و (C_f) على المجال $]0; 5[$

8) (أ) باستعمال الكاملة بالتجزئة جد الدالة الاصلية للدالة $x^2 \ln x \mapsto x$ والتي تنعدم عند القيمة 1

(ب) احسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتان التي معادلاتها: $x = 1$ و $x = \alpha$ و $y = 0$

(ج) بين ان: $A(\alpha) = \frac{2\alpha^2 + 12\alpha - 29}{18} \alpha$

