

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين

الموضوع الأول

التمرين الأول (4 نقط)

نعتبر في الفضاء المزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقط A, B, C و D ذات الإحداثيات $(-2; 2; 2), (1; 2; -1), (1; -3; 5)$ و $(5; 8; 5)$ على الترتيب.

1/ أ - بين أن A, B و C ليست في استقامة.

ب - أحسب $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ ، إستنتج طبيعة المثلث ABC .

2/ ليكن الشعاع $\vec{n}(5; \alpha; \beta)$.

أ - عين العددين الحقيقيين α و β حتى يكون \vec{n} شعاع ناظمي لـ (ABC) .

ب - أكتب معادلة ديكارتية للمستوى (P) الذي يشمل النقط A, B و C .

ج - بين أن بعد النقطة D عن المستوى (P) هو $\sqrt{86}$ ، أحسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

3/ لتكن (S) سطح كرة مركزها النقطة D و تمس المستوى (P) .

أكتب معادلة ديكارتية لـ (S) .

4/ (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة $E(0; 2; 0)$ و العمودي على المستوى (P) .

بين أن (Δ) يقطع (S) في نقطتين متناظرتين بالنسبة إلى النقطة D .

التمرين الثاني (5 نقط)

المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o; \vec{u}; \vec{v})$

1/ أ - a و b عدنان مركبان ، تحقق من صحة $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + b^2 + ab)$

ب - حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة $z = \frac{z-9}{z+4}$ حيث z هو المجهول.

ج - إستنتج في C حلول المعادلة ذات المجهول z حيث $z^3 - 27 = 0$

2/ لتكن A, B و C نقط من المستوي التي لاحقاتها على الترتيب $z_A = 3e^{i\frac{4\pi}{3}}$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = 3$

أ - أكتب العدد المركب $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$ على الشكل الأسّي .

ب - إستنتج طبيعة المثلث ABC يطلب حساب مساحته S .

3/ أ - أكتب العبارة المركبة لدوران R الذي مركزه النقطة C و الذي يحول النقطة B إلى النقطة A .

ب - عين النقطة D ذات اللاحقة z_D صورة النقطة A بالدوران R .

ج - عين بدقة طبيعة الرباعي $ABCD$.

4/ نقطة M من المستوي التي لاحقاتها z

أ - عين (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\left| (1+2\sqrt{2}i)z - 2 + 4\sqrt{2}i \right| = 3$.

ب - عين (E') مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\arg(z - z_A) - \arg(\overline{z - z_A}) = \pi$ (حيث $\overline{z - z_A}$ مرافق $z - z_A$) .

التمرين الثالث (4 نقط)

(u_n) متتالية حسابية متزايدة تماما حدودها أعداد طبيعية غير معدومة تحقق : $\begin{cases} u_4 = 19 \\ \ln(u_3) + \ln(u_5) = \ln(345) \end{cases}$

(1) عين الحدين u_3 و u_5 ثم أحسب u_0 .

(2) بفرض : $u_3 = 15$

أ - أكتب u_n بدلالة n ثم بين أن 2019 حد من حدود (u_n) و عين رتبته .

ب - عين الحد الذي إبتداء منه يكون مجموع حدين متعاقبين من (u_n) يساوي 1962 .

(3) n عدد طبيعي غير معدوم

أ - أحسب بدلالة n المجموع S حيث : $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{2n}$.

ب - إستنتج بدلالة n المجموعين S_1 و S_2 حيث : $S_1 = u_0 + u_2 + u_4 + \dots + u_{2n}$ و $S_2 = u_1 + u_3 + u_5 + \dots + u_{2n-1}$.

التمرين الرابع (7نقط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty, -3[\cup]1, +\infty[$ كما يلي : $f(x) = -x + \ln\left(\frac{x+3}{x-1}\right)$ نرمز بـ (C_f) إلى تمثيلها

البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة 2cm)

1/ بين أن النقطة $A(-1; 1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

2/ أ - أحسب النهايتين التاليتين : $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x)$ ثم فسر النتيجةين بيانيا .

ب - بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ثم إستنتج النهاية $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

3/ أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

ب- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

4/ اثبت أنه من اجل كل x من D_f :

$f'(x) = \frac{-x^2 - 2x - 1}{(x+3)(x-1)}$ مستنتجا اتجاه تغير الدالة f ثم شكل

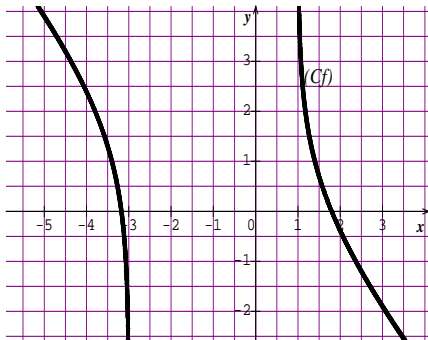
جدول تغيراتها .

5/ الشكل المقابل يمثل المنحنى (C_f) .

أعد الرسم على ورقة ميليمترية مع رسم المستقيمات المقاربة .

6/ m وسيط حقيقي ، (Δ_m) المستقيمات التي معادلاتها

من الشكل : $y = mx + m + 1$.



أ - بين أن جميع المستقيمات (Δ_m) تشمل النقطة $A(-1;1)$.

ب - عين قيم m حتى لا تقبل المعادلة : $f(x) = mx + m + 1$
ذات المجهول الحقيقي x حلوًا في \mathbb{R} .

/7 أ - احسب مشتقة الدالة h المعرفة من أجل كل $x > -a$ حيث $h(x) = (x+a)\ln(x+a) - x$ ، a عدد حقيقي .

ب - استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]1; +\infty[$.

ج - احسب بالسنتيمتر مربع المساحة A للحيز المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين $x=2$ و $x=3$.

إنتهى الموضوع الأول