



2 046260 812019

## الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية الإخوة قوادري هني - بني ودرن -  
دورة : ماي 2019مديرية التربية لولاية الشلف  
امتحان البكالوريا التجريبي

الشعبة : علوم تجريبية

المدة : 03 سا و 30 د

اختبار في مادة : الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :  
الموضوع الأول :التمرين الأول: (04.5 نقاط)

$g$  الدالة المعرفة على المجال  $]-2; +\infty[$  كمايلي :  $g(x) = x - \ln(x + 2)$  والممثلة بمنحنيا البياني  $(C_g)$  في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  (الشكل في الورقة الملحقة)

(1) أحسب  $g(-1)$  ، بقراءة بيانية حدد إتجاه تغير الدالة على المجال  $]-2; +\infty[$

(2) نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  كمايلي :  $u_0 = 3$  و  $u_{n+1} = g(u_n)$

(ا) مثل الحدود  $u_0$  ،  $u_1$  ،  $u_2$  و  $u_3$  على محور الفواصل (التمثيل على الورقة الملحقة)

(ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : u_n \geq -1$

(ج) بين أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة تماما

(د) استنتج أن  $(u_n)$  متقاربة وأحسب نهايتها

(3) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  ب :  
$$\begin{cases} v_0 = 0 \\ v_{n+1} = \ln[(u_0 + 2)(u_1 + 2) \cdots (u_{n-1} + 2)] \end{cases}$$

(ا) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : v_n = 3 - u_n$

(ب) استنتج  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_0 + 2)(u_1 + 2) \cdots (u_{n-1} + 2)$

التمرين الثاني: (03.5 نقاط)

لمكافحة مرض الحصبة الألمانية لقح 30% من تلاميذ ثانوية ما، وكانت نتائج دراسة إحصائية على هذه الثانوية كمايلي :

إحتمال أن يكون التلميذ مصابا علما أنه ملقح هو  $\frac{1}{16}$

إحتمال أن يكون ملقحا علما أنه مصاب هو  $\frac{3}{14}$

يتم إختيار تلميذ واحد من هذه الثانوية بطريقة عشوائية ، نرسم ب  $V$  إلى الحادثة "التلميذ ملقح" ونرمز ب  $M$  إلى الحادثة "التلميذ مصاب بالمرض"

(1) شكل شجرة الإحتمالات المنمذجة لهذه الوضعية

(2) أحسب  $P(V \cap M)$  إحتمال أن يكون التلميذ ملقحا ومصابا بالمرض

(3) أثبت أن  $P(M) = \frac{7}{80}$  إحتمال أن يكون التلميذ مصاب بالمرض



20462601812019

(4) أحسب  $P(\bar{V} \cap M)$  إحتمال أن يكون التلميذ غير ملقح ومصاب بالمرض ثم استنتج  $P_{\bar{V}}(M)$

(5) أحسب  $P(\bar{V} \cap \bar{M})$

### التمرين الثالث: (05 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{u}; \vec{v})$  نعتبر النقطتين  $A$  و  $B$  لاحقتهما

$$z_B = 3 - i \text{ و } z_A = 4 + 2i$$

(1) أكتب على الشكل الجبري ثم المثلثي العدد المركب  $\frac{z_B - z_A}{z_B}$

(ب) استنتج طبيعة المثلث  $ABO$  مع التعليل

(2) نعتبر التحويل النقطي  $r$  في المستوي الذي يرفق بكل نقطة  $M$  لاحقتها  $z$  النقطة  $M'$  لاحقتها  $z'$  والذي يحول

$A$  إلى  $B$  ويحول  $B$  إلى  $O$

(أ) بين أن العبارة المركبة للتحويل  $r$  هي  $z' = -iz + 1 + 3i$

(ب) عين طبيعة التحويل  $r$  وعناصره المميزة

(ج) عين  $z_C$  لاحقة النقطة  $C$  صورة النقطة  $O$  بالتحويل  $r$

(د) استنتج طبيعة الرباعي  $ABOC$

(3) عين مجموعة النقط  $M$  من المستوي ذات اللاحقة  $z$  حيث  $|z - 4 - 2i| = |z|$

(4) من أجل  $z \neq 2 + i$  نضع  $L = \frac{z' - 2 - i}{z - 2 - i}$

(أ) بين أن  $L = -i$  ثم عين قيم العدد الطبيعي  $n$  بحيث يكون  $L^n$  عدد حقيقي

(ب) بين أن  $(z' - 2 - i)^2 + (z - 2 - i)^2 = 0$

### التمرين الرابع: (07 نقاط)

(أ)  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $g(x) = 1 + (1 - x)e^{-x+2}$

(1) أدرس تغيرات الدالة  $g$

(2) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $g(x) \geq 0$

(ب)  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $f(x) = x - 1 + xe^{-x+2}$

(C<sub>f</sub>) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  حيث  $\|\vec{i}\| = 1\text{cm}$

(1) أكتب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(ب) بين أنه من أجل عدد حقيقي  $x$ :  $f'(x) = g(x)$  (حيث  $f'$  مشتقة الدالة  $f$ )

(ج) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

(2) أكتب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)]$  ثم فسر النتيجة هندسيا

(ب) أدرس وضعية (C<sub>f</sub>) بالنسبة إلى مستقيمه المقارب المائل ( $\Delta$ )

(ج) بين أن (C<sub>f</sub>) يقبل مماسا (T) يوازي ( $\Delta$ ) يطلب كتابة معادلته

(3) أكتب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)]$  ثم فسر النتيجة هندسيا

(ب) أكتب  $f(-1)$  ثم أرسم (T)، ( $\Delta$ ) و (C<sub>f</sub>)



20462601812019

(4)  $m$  وسيط حقيقي ، ناقش بيانها وحسب قيم  $m$  عدد حلول المعادلة :  $xe^{-x+2} - 1 - m = 0$

(5) (ا) بين أن الدالة  $x \mapsto (-x - 1)e^{-x+2}$  هي دالة أصلية للدالة  $x \mapsto xe^{-x+2}$  على  $\mathbb{R}$

(ب) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$  والمستقيمين اللذين معادلتيهما :  
 $x = 2$  و  $x = 3$

### الموضوع الثاني :

#### التمرين الأول: (04.5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  . نعتبر النقط  $A(1; -1; 4)$  ،  $B(7; -1; -2)$  و  $C(1; 5; -2)$

(1) (ا) بين أن المثلث  $ABC$  متقايس الأضلاع

(ب) بين أن الشعاع  $\vec{n}(1; 1; 1)$  ناظمي للمستوي  $(ABC)$  ثم استنتج معادلة ديكارتية لـ  $(ABC)$

$$(2) (\Delta) \text{ مستقيم معرف بتمثيله الوسيطى : } \begin{cases} x = -2t \\ y = -2 - 2t; (t \in \mathbb{R}) \\ z = -3 - 2t \end{cases}$$

(ا) بين أن  $(\Delta)$  عمودي على المستوي  $(ABC)$  ثم عين إحداثيات  $G$  نقطة تقاطعهما

(ب) بين أن  $G$  مركز ثقل المثلث  $ABC$

(3) (S) سطح الكرة التي مركزها  $G$  وتشمل النقطة  $A$

(ا) أكتب معادلة لسطح الكرة  $(S)$

(ب) أدرس الوضع النسبي لـ  $(S)$  و  $(\Delta)$  مع تحديد المجموعة  $(S) \cap (\Delta)$

#### التمرين الثاني: (04.5 نقاط)

$$(u_n) \text{ متتالية عددية معرفة على } \mathbb{N}^* \text{ كمايلي : } \begin{cases} u_1 = e^2 \\ u_{n+1} = e^{-\frac{1}{2}} \sqrt{u_n} \end{cases}$$

(1) برهن أن من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$  :  $u_n > \frac{1}{e}$

(2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$  :  $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$  ثم استنتج اتجاه تغير  $(u_n)$

(3) استنتج أن  $(u_n)$  متقاربة ثم أحسب نهايتها

(4) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$  :  $v_n = \frac{1}{2} + \ln \sqrt{u_n}$

(ا) برهن أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

(ب) أكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  واستنتج  $u_n$  بدلالة  $n$  ثم أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(ج) أحسب بدلالة  $n$  المجموع :  $S_n = \frac{1}{1 + \ln u_1} + \frac{1}{1 + \ln u_2} + \dots + \frac{1}{1 + \ln u_n}$

#### التمرين الثالث: (05 نقاط)

(1) حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة ذات المجهول  $z$  :  $(z - i)(z^2 + 2z + 2) = 0$



20462601812019

(2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{u}; \vec{v})$  .

نعتبر النقط  $A, B, C, D$  لواحقها على الترتيب  $z_A = i, z_B = 2, z_C = -1 - i$  و  $z_D = 1 - 2i$

(ا) تحقق أن النقطة  $D$  مرجح للجملة  $\{(A; 1), (B; -1), (C; -1)\}$

(ب) أكتب العدد المركب  $\frac{z_D - z_A}{z_B - z_C}$  على الشكل الأسّي ، ثم فسر النتيجة هندسيا ، برر طبيعة الرباعي  $ABCD$

(ج) أكتب العدد المركب  $-4 + 4i$  على الشكل الأسّي ، ثم أحسب  $(-4 + 4i)^{2018}$

(3) من أجل كل نقطة  $M(z)$  من المستوي تختلف عن  $B$  ، نرفق النقطة  $M'(z')$  حيث :  $z' = \frac{iz - 4 + 2i}{z - 2}$

(ا) تحقق أن  $z' - i = \frac{-4 + 4i}{z - 2}$

(ب) بين أن  $AM'.BM = 4\sqrt{2}$  و  $\left(\vec{u}, \overrightarrow{AM'}\right) + \left(\vec{u}, \overrightarrow{BM}\right) = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$  مع  $k \in \mathbb{Z}$

(4)  $(\Gamma)$  هي مجموعة النقط  $M$  من المستوي بحيث :  $Arg(z' - i) = \frac{\pi}{4}$

(ا) تحقق ان النقطة  $E$  ذات اللاحقة  $z_E = 2 + i$  تنتمي إلى  $(\Gamma)$

(ب) عين طبيعة المجموعة  $(\Gamma)$

### التمرين الرابع: (06 نقاط)

لتكن  $f$  دالة عددية معرفة على  $]-1; +\infty[$  كمايلي :  $f(x) = \frac{2x}{x+1} - \ln(x+1)$

( $C_f$ ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  . (وحدة الطول  $2cm$ )

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) (ا) بين أنه من أجل عدد حقيقي  $x$  من  $]-1; \infty[$  :  $f'(x) = \frac{1-x}{(x+1)^2}$  (حيث  $f'$  مشتقة الدالة  $f$ )

(ب) أدرس إتجاه تغير الدالة  $f$  على  $]-1; \infty[$  ، ثم شكل جدول تغيراتها

(3) أكتب معادلة للمماس  $(T)$  للمنحني  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة  $0$

(4) (ا) بين أن المنحني  $(C_f)$  يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتها

(ب) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $3,9 < \alpha < 4$

(ج) أرسم  $(T)$  و المنحني  $(C_f)$

(5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة  $f(x) = x - 3m$

(6)  $F$  دالة معرفة على  $]-1; \infty[$  ب:  $F(x) = (-3 - x)\ln(x+1) + 3x$

(ا) بين أن الدالة  $F$  دالة أصلية للدالة  $f$  على المجال  $]-1; \infty[$

(ب) لتكن  $A(\alpha)$  مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني  $(C_f)$  ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما

$x = \alpha$  و  $x = 0$

بين أن :  $A(\alpha) = 4 \left( \frac{\alpha^2 - 3\alpha}{\alpha + 1} \right) cm^2$  ثم اوجد حصر ال  $A(\alpha)$