

إختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (06 نقاط)

لتكن الدالة g معرفة على المجال $]-2; +\infty[$ كما يلي بـ : $g(x) = x - \ln(x+2)$.
(C) تمثيلها البياني و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس (الشكل في الورقة الملحقة).

1. بقراءة بيانية حدد : $g(-1)$, و اتجاه تغير الدالة g .

2. نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على \mathbb{N} كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = g(u_n) \end{cases}$$

أ- مثل الحدود u_3, u_2, u_1, u_0 مستعينا بالمنحنى (C) (التمثيل في الورقة الملحقة).

ب- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : u_n \geq -1$

ج- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة .

د- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة , ثم أحسب نهايتها .

3. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على \mathbb{N} كمايلي :

$$\begin{cases} v_0 = 0 \\ v_n = \ln((u_0 + 2)(u_1 + 2) \dots (u_{n-1} + 2)); n \geq 1 \end{cases}$$

أ- أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : v_n = 3 - u_n$

ب- استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_0 + 2)(u_1 + 2) \dots (u_{n-1} + 2)$

التمرين الثاني: (07 نقاط)

يوجد في إحدى الحدائق 3 أنواع من نباتات C, B, A بحيث كل سنة تختفي هذه النباتات و تعوض كل نبتة بنبتة جديدة حيث كل نبتة من نوع A تعوض بـ A أو B أو C بحيث احتمال تعويضها بـ A هو 0,6 و بـ B هو 0,3 و كل نبتة من نوع B تعوض بـ A أو B أو C بحيث احتمال تعويضها بـ A هو 0,3 و بـ B هو 0,6 و كل نبتة من نوع C تعوض بـ C .

في بداية كل سنة نختار نبتة عشوائيا و نسجل نوعها .

و من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم . A_n هي الحادثة : النبتة المختارة في السنة n من نوع A

B_n هي الحادثة : النبتة المختارة في السنة n من نوع B

C_n هي الحادثة : النبتة المختارة في السنة n من نوع C

و نرمز لـ P_n, q_n, r_n لاحتمالات الحوادث A_n, B_n, C_n على الترتيب , حيث احتمال وجود C, B, A هو

$$P_0 = 0,4, q_0 = 0,41, r_0 = 0,19$$

1- شكل شجرة الاحتمالات لهذه التجربة العشوائية .

2- بين أن : $p_1 = 0,363$, ثم أحسب كل من q_1 و r_1 .

3- بين أن من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $p_{n+1} = 0,3q_n + 0,6p_n$

$$q_{n+1} = 0,6q_n + 0,3p_n \quad \text{و}$$

4- نضع : $D_n = P_n - q_n$ و $S_n = P_n + q_n$ بين أن المتتالية (S_n) هندسية يطلب أساسها و أن (D_n) هندسية

أساسها $0,3$ ثم أحسب $\lim S_n$ و $\lim D_n$ ثم استنتج $\lim q_n$ و $\lim p_n$ و $\lim r_n$ ماذا تستنتج ؟

التمرين الثالث: (07 نقاط)

I . 1. حل في المجموعة \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - 2z + 2 = 0$ حيث يرمز إلى حلي هذه المعادلة z و z' .

2. أكتب z و z' على الشكل الأسّي , ثم تحقق أن : $\left(\frac{z}{z'}\right)^{2019} = -i$.

3. استنتج في \mathbb{C} حلول المعادلة ذات المجهول z : $(-\bar{z} + 3 + 3i)^2 - 2(-\bar{z} + 3 + 3i) + 2 = 0$

II . نضع $z_0 = 1 - i$

1. أحسب الطويلة و العمدة للعدد المركب z_1 حيث : $z_0 \cdot z_1 = \sqrt{2} \left[\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) \right]$

2. اكتب العدد المركب z_1 على الشكل الجبري , ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من : $\sin\left(\frac{-\pi}{12}\right)$ و

$$\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$$

3. حدد قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد المركب $(z_0 \cdot z_1)^n$ تخيليا صرفا .

III . المستوي المركب منسوب غلى معلم متعامد و متجانس $(o; \vec{u}; \vec{v})$, نعتبر النقاط D, C, B, A لاحقتها على

$$\text{الترتيب } z_D = 2(1-i) \text{ و } z_C = 3 \text{ و } z_B = \bar{z}_A \text{ و } z_A = 1+i$$

1. بين أن النقاط D, B, A تنتمي إلى دائرة (C) مركزها C و نصف قطرها $\sqrt{5}$.

2. تحقق أن النقطة D هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A;-3);(B;5);(C;2)\}$.

3. أحسب طويلة و عمدة العدد المركب $\frac{z_A - z_C}{z_D - z_C}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ADC .

4. حدد مجموعة النقط M ذات اللاحقة z من المستوي التي تحقق : $z = 3 + ke^{i\frac{\pi}{4}}$ لما $k > 0$.

الإسم :

التقريب :

