ثانوية: أحمد حاج بن فطيمة
المستوى: 3 علوم تجريبية

السنة الدراسية: 2019/2018
المدة: 03 سا

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (3 نقاط)

1)- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $z^2+6z+34=0$.

2)- نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ النقط A ، B ، C لواحقها على الترتيب : $z_A=2$ ، $z_B=-3+5i$ ، $z_C=-3-5i$.

احسب طويلة و عمدة العدد $\dfrac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

3)- أ - عين z_D لاحقة النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

ب - عين مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث :

$$z=2+ke^{\frac{\pi}{4}i} \qquad \text{مع} \qquad k\in\mathbb{R}_+^\star$$

التمرين الثاني: (5 نقاط)

يحتوي كيس على خمس كرات بيضاء مرقمة بـ 1 ، 1 ، 1 ، 0 ، و -1 و خمس كرات سوداء مرقمة بـ 1 ، 1 ، 0 ، 0 ، و -1 لا نفرق بينها عند اللمس .
نسحب عشوائيا و في آن واحد 3 كرات من الكيس.

1)- نعتبر الأحداث التالية :

A : " الحصول على كرة بيضاء واحدة فقط " .

B : " الحصول على كرة بيضاء على الأقل " .

C : " الكرات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون " .

D : " الحصول على اللونين الأبيض و الأسود " .

F : " مجموع أرقام الكرات الثلاث المسحوبة يساوي 0 " .

أ - أحسب إحتمال الأحداث : A ، B ، و C .

ب - بين أن $P(D)=\dfrac{5}{6}$ ، $P(F)=\dfrac{31}{120}$ ، و $P(C\cap F)=\dfrac{7}{120}$.

ج - إذا كان مجموع أرقام الكرات المسحوبة يساوي 0 ما هو إحتمال أن تكون الكرات الثلاث من نفس اللون ؟

2)- نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات التي تحمل الرقم -1 .

أ – عين قيم المتغير العشوائي X .

ب – عين قانون احتمال المتغير العشوائي X .

ج – احسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X .

التمرين الثالث: (6 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{7x}{2x+1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، وليكن $(\triangle)$ المستقيم ذو المعادلة $y=x$ (انظر الشكل في الوثيقة المرافقة).

1)– أ – ادرس إتجاه تغير الدالة f على المجال $[0;+\infty[$.

ب – بين أنه من أجل كل $x\in[0,3]$ فإن $f(x)\in[0,3]$.

2)– نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بحدها الأول U_0 حيث : $U_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=f(U_n)$

أ – باستعمال المنحنى (C_f) والمستقيم $(\triangle)$ ، مثل على حامل محور الفواصل الحدود U_2,U_1,U_0, دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل.

ب – ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها .

3)– أ – برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\leqslant U_n\leqslant 3$.

ب – ادرس إتجاه تغير المتتالية (U_n) .

ج – استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة ثم احسب نهايتها .

4)– نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة كمايلي: من أجل كل عدد طبيعي n ، $V_n=\frac{U_n}{3-U_n}$.

أ – برهن أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب – اكتب عبارة V_n بدلالة n .

5)– احسب بدلالة n المجموع S_n حيث :

$$S_n=V_0^2+V_1^2+...+V_n^2 \text{ .}$$

التمرين الرابع: (6 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=e^{x-2}+1-x$.

1)– برر أن g قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ثم احسب $g'(x)$.

2)– عين إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها (النهايات غير مطلوبة).

3)- استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x - 1 + \frac{x}{e^{x-2}}$.
و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1)- أ - أحسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to -\infty} f(x)$.

ب - أحسب $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - (x - 1)]$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f) .

2)- بين أن الدالة المشتقة $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{x-2}}$.

3)- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها ، و أن النقطة التي فاصلتها 2 نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) .

4)- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (D) معامل توجيهه 1 يطلب تعيين معادلته .

5)- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0,1; 0,2[$.

6)- ارسم المنحنى (C_f) الممثل للدالة f و المستقيم (D) .

بالتوفيق