

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (4 نقاط ونصف)

كيس به 9 كرات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، منها أربعة بيضاء مرقمة من بـ: 1، 0، 1، -1، وثلاثة حمراء مرقمة بـ: 1، 0، -1، وكرتان سوداوان مرقمة بـ: 0، -1،

نسحب عشوائيا من هذا الكيس كرتان على التوالي وبدون ارجاع.  
1. شكل شجرة الاحتمال الموافقة لهذه الوضعية في الحالتين التاليتين:  
أ) بالاعتماد على ألوان الكرات  
ب) بالاعتماد على أرقام الكرات.

2. أحسب احتمال الحوادث التالية:  
الحادثة A: "سحب كرتين من نفس اللون"، الحادثة B "سحب كرة حمراء على الأكثر"، الحادثة C "سحب كرتين من نفس الرقم"  
3. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الرقمين الظاهرين على الكرتين المسحوبتين.

أ. عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X.  
ب. عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي  $E(X)$ .

ج. أحسب التباين  $V(X)$  والانحراف المعياري  $\sigma(X)$  للمتغير العشوائي X.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ .  
أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل في كل حالة مما يلي:

1. مجموعة حلول المعادلة  $\left(\frac{z+3-2i}{iz-i}\right)^2 = -1$  في المجموعة  $\square$  هي  $S = \{-1+i\}$ .

2. من أجل كل عدد مركب z : إذا كان  $|z|=1$  فإن  $\bar{z} = \frac{1}{z}$

3. من أجل كل عدد طبيعي n :  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)^{6n} = (-1)^n$

4. من أجل كل عدد حقيقي  $\theta$  : إذا كان  $Z = (\sin \theta - i \cos \theta)(\cos \theta + i \sin \theta)$

فإن :  $\arg(Z) = 2\theta - \frac{\pi}{2} + 2k\pi$  ، حيث  $k \in \square$ .

الصفحة 1 من 2

التمرين الثالث: (04 نقاط ونصف)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

نعتبر  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}^+ \setminus \{-2\}$  بـ:  $f(x) = \frac{6x+5}{x+2}$ ، و  $(C_f)$  المنحني الممثل لها، (D) هو المستقيم ذو المعادلة  $y = x$  (أنظر الى الوثيقة المرفقة)

(I) تحقق أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجال  $\mathbb{R}^+ \setminus \{-2\}$ .

(II)  $(u_n)$  متتالية معرفة بحدها الأول  $u_0 = 1$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  
 $u_{n+1} = f(u_n)$

(1) أ) مثل على حامل محور الفواصل الحدود  $u_0, u_1, u_2, u_3$  دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  وتقاربها.

(2) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $1 \leq u_n \leq 5$ .

(3) أدرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ ، هل هي متقاربة؟

(4) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $v_n = \frac{u_n - 5}{u_n + 1}$ .

أ) بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) عبّر عن  $v_n$  و  $u_n$  بدلالة  $n$  ثم عين نهاية المتتالية  $(u_n)$ .

(5) أحسب المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = \frac{1}{u_0+1} + \frac{1}{u_1+1} + \dots + \frac{1}{u_n+1}$ .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء الأول :

نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $g(x) = x^2 - 1 - 2 \ln x$

1/ ❖ أدرس تغيرات الدالة  $g$ .

2/ ❖ استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$ .

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = x + \frac{1 - (\ln x)^2}{x}$

$(C_f)$  المنحني الممثل للدالة  $f$  في المستوي النسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$ .

1/ ❖ احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  ثم فسّر النتيجة هندسياً.

2/ ❖ برهن أن:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$  (إرشاد: ضع  $t = \sqrt{x}$ )، ثم احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

3/ ❖ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$ :  $f'(x) = \frac{g(x) + (\ln x)^2}{x^2}$

❖ استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$  ثم شكل جدول تغيراتها.

❖ بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $0.3 < \alpha < 0.4$ .

4/ ❖ بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x$  مقارب مائل لـ  $(C_f)$  عند  $+\infty$

❖ ادرس الوضع النسبي لـ  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$ .

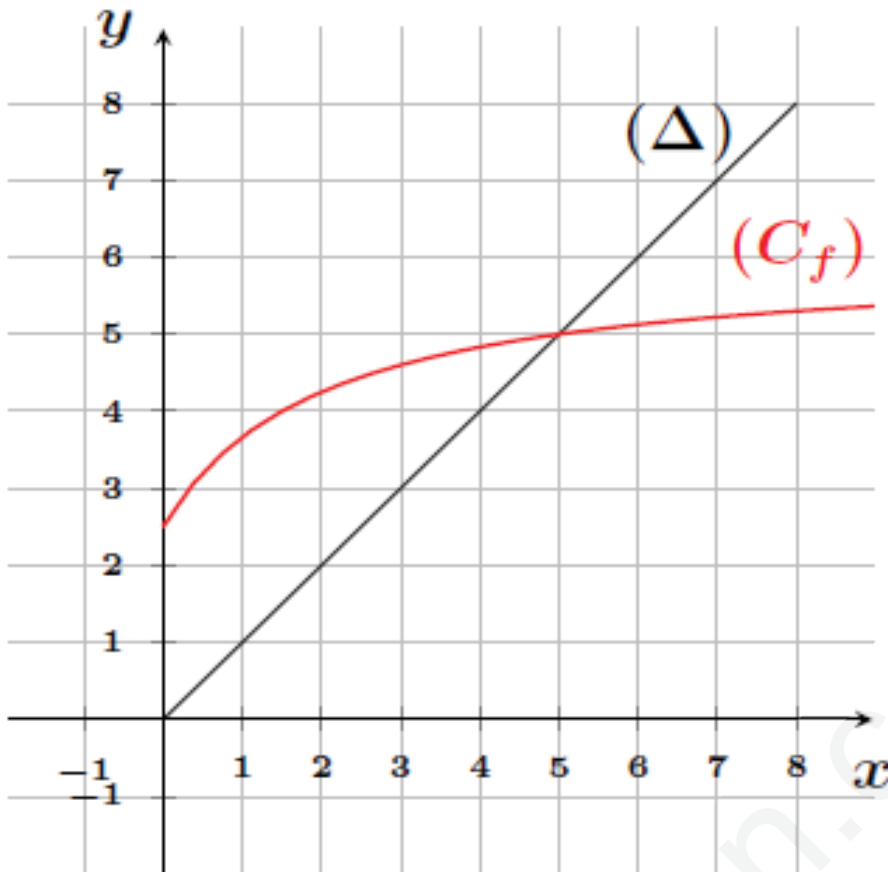
5/ ❖ ارسم  $(\Delta)$  و  $(C_f)$  علما أن  $f(0.5) \simeq 1.5$ ،  $f(1) = 2$ ، و  $f(2) \simeq 2.25$ .

6/ ❖ نعتبر الدالة  $h$  المعرفة على المجال  $]-\infty; 0[$  بـ:  $h(x) = f(-x)$ .

- اشرح كيفية رسم المنحني  $(C_h)$  انطلاقا من المنحني  $(C_f)$  ثم ارسمه في المعلم السابق.

الاسم واللقب:

القسم:



الاسم واللقب:  
القسم:

