EXA/MATH.3SE2019

معهد الحياة
القرارة-غرداية

الامتحان الفصلي الثاني — **السنة الدراسية : 1440/1439 هـ// 2019/2018 م**

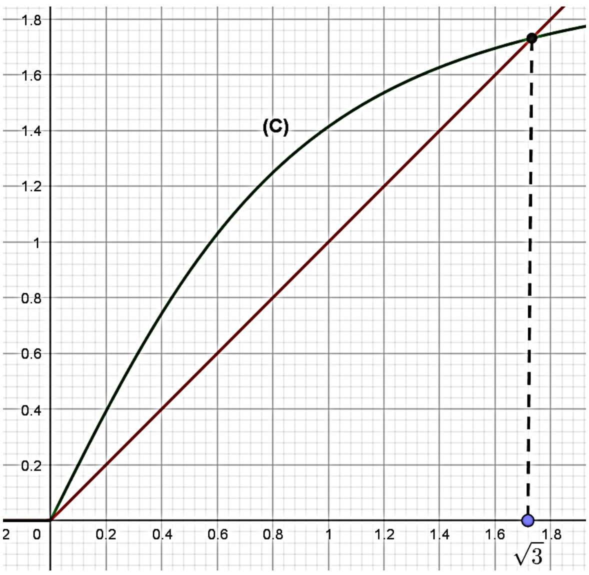
المستوى: الثالثة ثانوي علوم تجريبية. — الاثنين 27 جمادى الثانية 1440 // 04 مارس 2019

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : ثلاث ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول (05 نقط) :



1 / الشكل المقابل هو التمثيل البياني (C) للدالة f المعرّفة على $[0;+\infty[$ بـ $f(x)=\dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$ والمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

أ) بقراءة بيانية حدد اتجاه تغيّر الدالة f على $[0;+\infty[$

ب) بيّن أنّه إذا كان $x\in[1;\sqrt{3}]$ فإن $f(x)\in[1;\sqrt{3}]$.

2 / نعرّف المتتالية (u_n) كما يلي: $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) باستعمال التمثيل البياني (C) والمستقيم (Δ) مثّل الحدود u_0 ، u_1 و u_2 على محور الفواصل- دون حسابها – مبرزا خطوط التمثيل، ثم ضع تخمينا حو اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

ب) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $1\le u_n\le\sqrt{3}$.

ج) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}-u_n=\dfrac{u_n\left(2-\sqrt{u_n^2+1}\right)}{\sqrt{u_n^2+1}}$ ، ثم استنتج اتجاه تغيّر المتتالية (u_n). ثمّ استنتج أنّ (u_n) متقاربة.

3 / نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة من أجل كلّ عدد طبيعي n بـ : $v_n=\dfrac{u_n^2}{3-u_n^2}$

أ / برهن أنّ (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب / أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n.

ج / احسب نهاية $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

التمرين الثاني (04 نقط):

يحتوي كيس على عشر كريات بحيث : خمس كريّات حمراء تحمل على الترتيب الأرقام -2، -1، 0 ، 1 و2 وثلاث كريّات خضراء تحمل على الترتيب الأرقام، -1، 0 و 1 وكريّتين سوداوين تحملان على الترتيب الرقمين -1 و 0 .

1 / نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من هذا الكيس ونفترض أنّ كل الكريّات لها نفس احتمال السحب.

ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق كل سحبة من هذا الكيس ممكنة بالعدد الحقيقي $\ln|x-y|$ ، حيث x و y هما الرقمان اللذان تحملهما الكريّتان المسحوبتان من الكيس.

- عيّن القيم الممكنة للمتغير العشوائي X .
- أكتب قانون احتمال X ثم احسب أمله الرياضياتي وتباينه وانحرافه المعياري.

2/ نعيد التجربة ونسحب عشوائيا كريتين من الكيس على التوالي ودون ارجاع الكرية المسحوبة.

أ / أحسب عدد الحالات الممكنة للسحب.

ب / أحسب كلا من $P(A)$ و $P(B)$ حيث:

A" الكريّتان المسحوبتان لوناهما مختلفان.

B"الكريتان المسحوبتان تحمل كل منهما عددا موجبا تماما.

التمرين الثالث (04 نقط):

حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركّب z الآتية:

$$(z-4)(z^2-2z+4)=0$$

المستوي المركّب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب: $z_A=4$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$ و $z_C=1-i\sqrt{3}$.

أ / أكتب العدد المركّب $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

ب / عيّن لاحقة النقطة D صورة B بالدوران r الذي مركزه O وزاويته $\dfrac{2\pi}{3}$.

ج / عيّن طبيعة الرباعي $ABDC$

د / بيّن أنّ العدد : $L=\left(\dfrac{z_C}{2}\right)^{1440}-\left(\dfrac{z_B}{2}\right)^{2019}$ حقيقي.

3 / لتكن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $\arg(z+4i\sqrt{3})=\dfrac{\pi}{3}+k\pi$ مع $k\in\mathbb{Z}$

- تحقّق أن النقطة A تنتمي إلى المجموعة (Γ) .
- عيّن المجموعة (Γ) .

التمرين الرابع (07 نقط):

نعتبر f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $f(x)=(x-1)e^x+1$

1) أدرس تغيرات الدالة f ، ثم استنتج إشارة $f(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x .

2) نعتبر g الدالة المعرفة على بـــ $\mathbb{R}$: $g(x)=(x-2)e^x+x-2$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\|=1cm$.

أ) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم أنجز جدول تغيراتها.

ب) بين أن : $y=x-2$ معادلة ديكارتية لــ(D) المستقيم المقارب المائل لـــ (C) بجوار $-\infty$.

ج) أدرس الوضعية النسبية لـــ (C) و (D).

د) بين أن: (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب حساب إحداثيتيها.

ه) عين إحداثيتي النقطة C التي يكون (T) مماس (C) فيها موازيا للمستقيم (D)، ثم بين أن من أجل كل عدد حقيقي x: (C) يقع أعلى من (T) .

و) أرسم (D) و (T) ثم أنشئ (C).

3) ناقش بيانيا تبعا لقيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $f(x)=x+m$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط):

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{3x-1}{2x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

كما هو موضح في الشكل (1) . وليكن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$

1) (U_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $\begin{cases}U_0=2\\U_{n+1}=f(U_n)\end{cases}$

ا) مثل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 و U_3 على محور الفواصل مبرزا خطوط الإنشاء.

ب) خمن اتجاه تغير وتقارب المتتالية (U_n) .

ج) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n فان $U_n>1$.

د) بين ان (U_n) متقاربة .

2) ا) اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي n فان: $U_{n+1}-1\leq\dfrac{1}{2}(U_n-1)$.

ب) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n فان $U_n-1\leq(\dfrac{1}{2})^n$ ثم استنتج نهاية المتتالية (U_n).

3) لتكن (V_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $V_n=\dfrac{U_n-1}{2U_n-1}$

ا) بين أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الأول.

ب) احسب المجموع S_n بدلالة n حيث: $S_n=\dfrac{V_0-1}{U_0}+\dfrac{V_1-1}{U_1}+\dfrac{V_2-1}{U_2}+...+\dfrac{V_n-1}{U_n}$.

التمرين الثاني:(04 نقط).

كيس يحتوي على كرتين بيضاء مرقمة بـ : $3,\ 2$ وثلاث كرات حمراء مرقمة بـ : $3,\ 3,\ 1$ وأربع كرات سوداء مرقمة بـ : $3,3\ ,\ 2,\ 2$

1) نسحب في آن واحد كرتين من الكيس .

a) احسب احتمال وقوع الحوادث التالية:

A : ظهور كرتين من لونين مختلفين

B : ظهور رقمين فرديين على الأكثر

C : ظهور عددين مجموع رقميهما عدد أولي

b) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الرقمين الظاهرين .

– عين قانون الاحتمال لهذا المتغير العشوائي و الامل الرياضياتي ثم الانحراف المعياري.

2) نعتبر الكيس الأول و كيس آخر يحوي كرتين بيضاوين مرقمة بـ : $1,\ 1$ وكرتين حمراوين مرقمة بـ : $3,\ 1$ وكرتين سوداوين مرقمة بـ : $2,\ 2$

نرمي حجر نرد مرقم من 1 الى 6 مرة واحدة فعند ظهور عدد فردي نسحب كرة من الكيس الاول و عند ظهور عدد زوجي نسحب كرة من الكيس الثاني .

– بين أن احتمال ظهور كرة بيضاء هو : $p(B')=\dfrac{5}{18}$

– علما ان الكرة المسحوبة بيضاء ، ما هو احتمال أن تكون من الكيس الثاني ؟

التمرين الثالث:(04 نقط).

1) عين العددين المركبين z_1 و z_2 حيث : $\begin{cases} iz_2 + 2z_1 = 1 + 9i \\ 2z_2 + iz_1 = -2 + 8i \end{cases}$

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B و C التي لاحقاتها $z_A = 1 + 3i$ ، $z_B = 2 + 4i$ و $z_c = 1 + z_A$.

(γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $z = z_A + ke^{i\frac{\pi}{4}}$ و k يتغير في $\mathbb{R}^+$.

ا) عين عمدة للعدد المركب $z_B - z_A$ وفسر النتيجة هندسيا .

ب) تحقق أن النقطة B تنتمي إلى (γ) ثم عين بدقة المجموعة (γ) .

3) نعتبر التحويل النقطي h الذي يحول النقطة M ذات الاحقة z الى النقطة M' ذات الاحقة z' و المعرف بـ: $z' - z = 3(z_G - z)$

ا) عين z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABC .

ب) بين أن h تحاكي يطلب تعيين عبارته المركبة و عناصره المميزة .

ج) تحقق أن النقطة C هي صورة النقطة H منتصف القطعة $[AB]$ بالتحاكي h .

التمرين الرابع:(07 نقط).

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بما يلي : $g(x) = -x - \ln x$.

1) ادرس تغيرات الدالة g.

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0;+\infty[$ ثمّ تحقق أنّ: $0.56 < \alpha < 0.57$.

3) إستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x من المجال $]0;+\infty[$.

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بما يلي : $f(x) = \dfrac{-1 + (x-1)\ln x}{x}$.

نسمي $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) أحسب $\lim\limits_{x \underset{>}{\to} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2) بيّن أن : من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x) = \dfrac{-g(x)}{x^2}$ ثمّ شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) أ) بيّن أنّ : $f(\alpha) = 1 - \alpha - \dfrac{1}{\alpha}$ ثمّ إستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

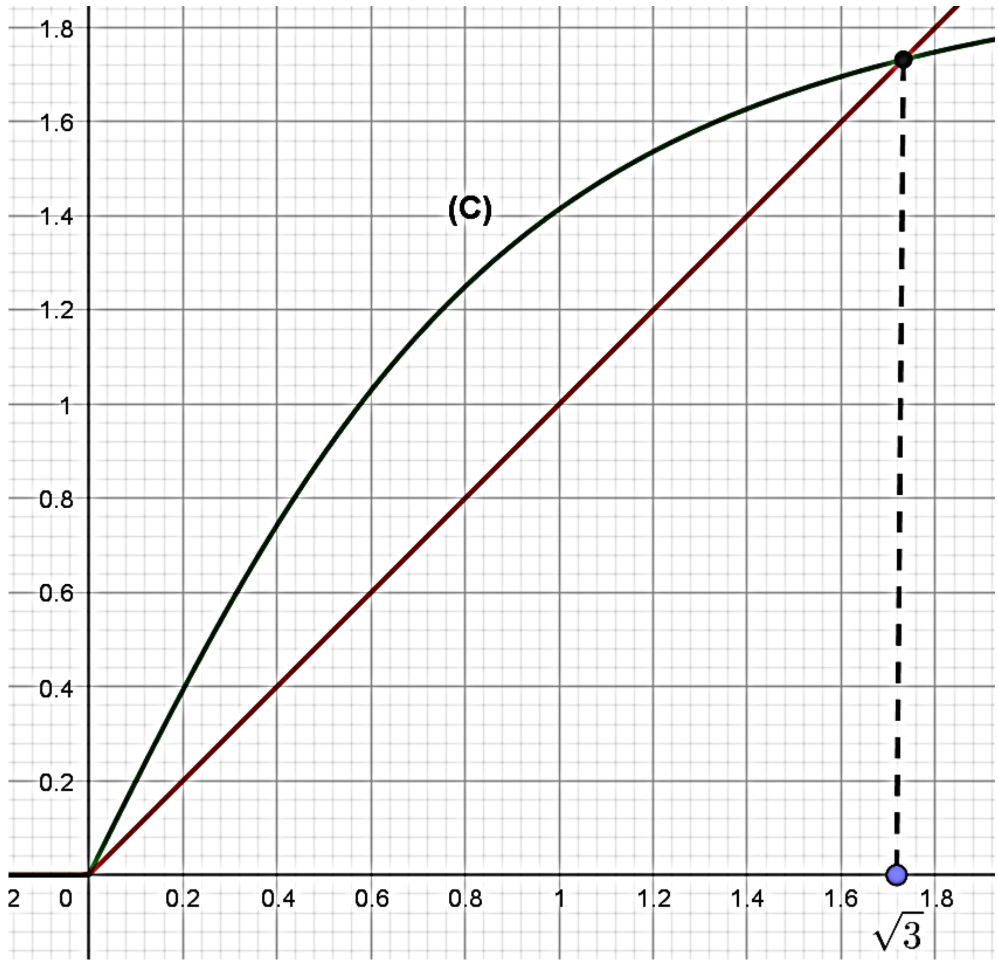
ب) (γ) هو المنحني الممثل للدالة $\ln$ في المعلم السابق . أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - \ln x)$ ، فسّر النتيجة بيانيا ثمّ أدرس الوضع النسبي للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى (γ).

ج) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 1.

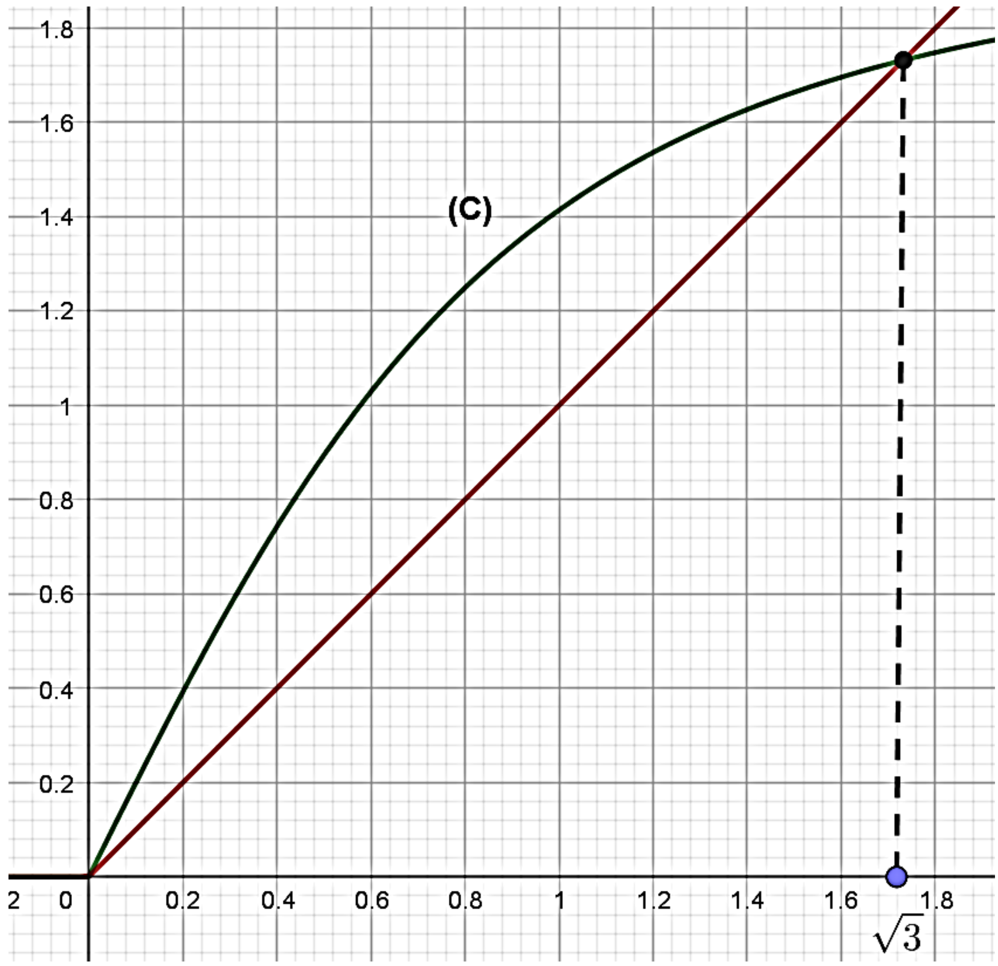
د) أحسب $f(2)$ و $f(e)$ ثمّ أنشئ (T) ، (γ) و $(\mathcal{C}_f)$.

أستاذ المادة :
أبو القاسم بن محمد علواني
البريد الإلكتروني الجديد: aboumedalou@yahoo.fr

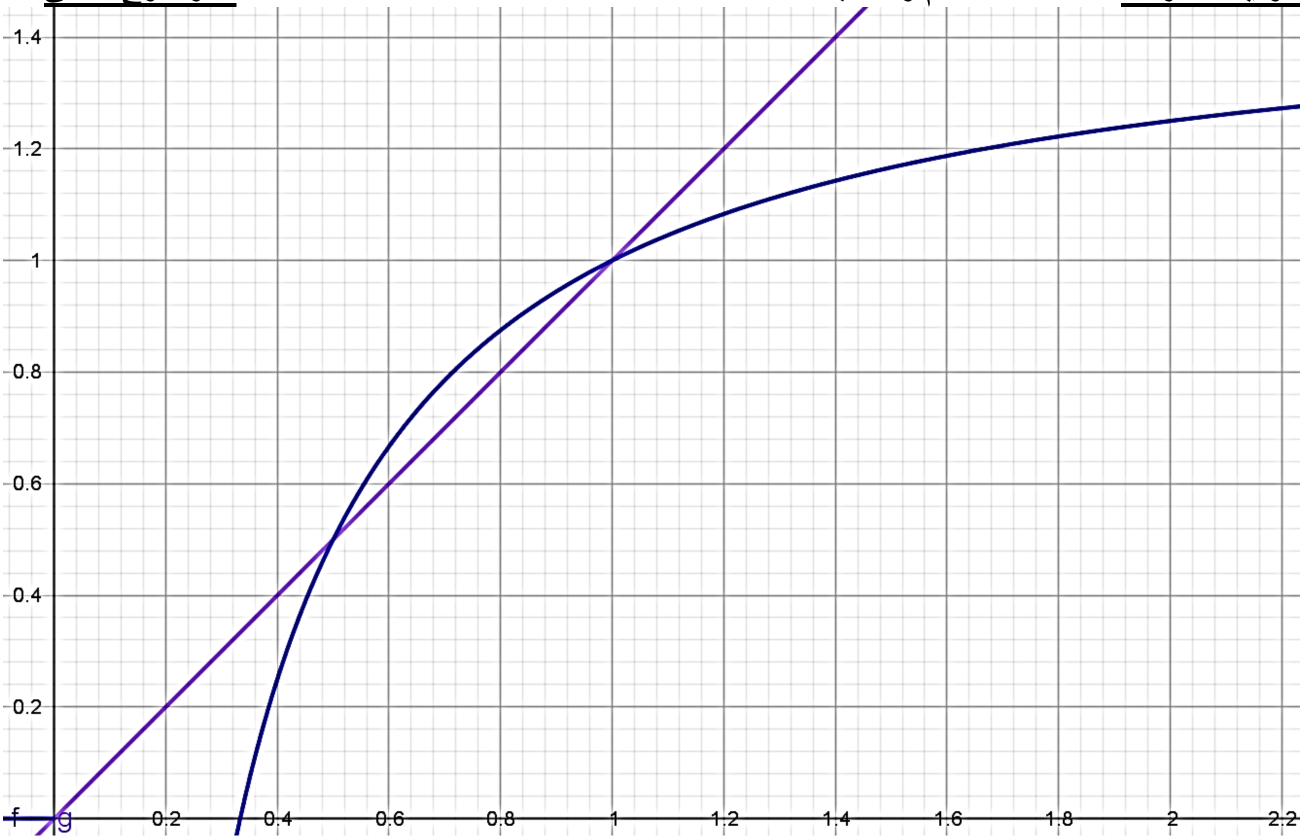
الوثيقة المرفقة: الاسم و اللقب : .... **الموضوع الأول**



الوثيقة المرفقة: الاسم و اللقب : .... **الموضوع الأول**



الوثيقة المرفقة: الاسم و اللقب : .... **الموضوع الثاني**



الوثيقة المرفقة: الاسم و اللقب : .... **الموضوع الثاني**