



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

ثانوية أفلاح بن عبد الوهاب - تيارت -

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة : جوان 2020

الشعبة : علوم تجريبية

اختبار في مادة : الرياضيات

المدة : 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأولالتمرين الأول: (04 نقاط)

بعد اجتياز الإمتحان النظري لمسابقة توظيف بإحدى المؤسسات سجلنا ما يلي: % 75 من المترشحين عملوا بجد، تم توظيف % 80 منهم و % 70 من المترشحين الذين لم يعملو بجد لم يتم توظيفهم.

نرمز بـ T للحدث " المترشح عمل بجد " و بـ R " المترشح تم توظيفه "

1 شكل شجرة الاحتمالات المثقلة. 2 احسب احتمال الحدث " المترشح عمل بجد و تم توظيفه "

3 بين أن احتمال الحدث R هو 0.675 . 4 المترشح لم يتم توظيفه. ما احتمال أنه عمل بجد.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

1 عين الجذرين التربيعيين للعدد المركب α حيث: $\alpha = 2 + 2\sqrt{3}i$.

2 حل في \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول Z التالية: $(Z^2 - 2 - 2\sqrt{3}i)(Z^2 - 2\sqrt{3}Z + 4) = 0$.

3 نعتبر المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

لتكن النقط $A; B; C$ ذات اللواحق $Z_A = \sqrt{3} + i; Z_B = \overline{Z_A}; Z_C = -Z_A$ على الترتيب.

أ// اكتب Z_A على الشكل الأسّي ثم استنتج الشكل الأسّي لكل من Z_B و Z_C .

ب// استنتج أن النقط $A; B; C$ تنتمي إلى نفس الدائرة، يطلب تعيين عناصرها المميزة.

ج// اكتب على الشكل الجبري العدد المركب L حيث: $L = \left(\frac{Z_A}{2}\right)^{1954} \times \left(\frac{Z_B}{2}\right)^{1962} \times \left(\frac{Z_C}{2}\right)^{1440}$.

4 ليكن التحويل النقطي f الذي يحقق: $f(B) = A$ و $f(O) = O$.

أ// عين العبارة المركبة للتحويل f ثم استنتج طبيعته، يطلب تعيين عناصره المميزة.

ب// عين طبيعة المجموعة (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاقطة Z حيث:

$$(Z - Z_A) \cdot \overline{(Z - Z_A)} = Z_C \cdot \overline{Z_C}$$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

نعتبر النقط $A; B; C; D$ ذات اللواحق $Z_A = 3 + \sqrt{3} + i(-3 + \sqrt{3}); Z_B = 3 + i\sqrt{3}; Z_C = \frac{Z_A}{Z_B}; Z_D = -iZ_B$ على الترتيب.

1 أ// بين أن: $Z_C = 1 - i$ ثم اكتب كلا من Z_B و Z_C على الشكل الأسّي.

ب// بين أن: $Z_A = 2\sqrt{6}e^{-\frac{\pi}{12}i}$ ثم استنتج أن: $\tan \frac{\pi}{12} = 2 - \sqrt{3}$.

2 بين أن: $\left(\frac{Z_A}{2\sqrt{6}}\right)^{2020} + i\left(\frac{Z_B}{2\sqrt{3}}\right)^{1441} = 0$.

3 بين أن قيم العدد الطبيعي n و التي تحقق $\left(\frac{Z_A}{2\sqrt{6}}\right)^n = \left(\frac{Z_B}{2\sqrt{3}}\right)^n$ هي $n = 8k$ مع $k \in \mathbb{N}$.

(Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي لاققتها Z حيث $\arg(iZ + Z_D) = \frac{\pi}{2} + k\pi$ مع $k \in \mathbb{Z}$.

4 بين أنه يمكن كتابة (Γ) على الشكل $\arg(Z - Z_B) = k\pi$ ، ثم حدد طبيعة المجموعة (Γ) .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء I: نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = 2\ln(x) + \frac{x-1}{x}$.

1 ادرس تغيرات الدالة g .

2 احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

الجزء II: لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = (x-1)^2 \ln(x) + x - 1$.

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1 احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

2 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = (x-1)g(x) + 1$.

3 استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

4 بين أن (C_f) يقبل مماسا معاملا توجيهاه 1.

5 اكتب معادلة ديكرتية للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

6 ادرس الوضع النسبي بين (T) و (C_f) . ماذا تستنتج؟

7 احسب $f(2)$ و $f(3)$ ثم ارسم (T) و (C_f) .

**الموضوع الثاني****التمرين الأول: (04 نقاط)**

يحتوي صندوق على 10 كرات لا نفرق بينها باللمس، منها 5 كرات بيضاء و 3 كرات حمراء و كرتان خضراوان.

نسحب عشوائيا و في آن واحد أربع كرات من الصندوق و نعتبر الحوادث التالية:

A " من بين الكرات المسحوبة توجد كرة خضراء واحدة فقط "

B " من بين الكرات المسحوبة توجد بالضبط ثلاث كرات من نفس اللون "

C " سحب كرتين على الأكثر حمراوين "

D " سحب على الأقل كرتين بيضاوين "

1 احسب $P(A)$; $P(B)$; $P(C)$ و $P(D)$.

2 نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات الخضراء المسحوبة.

أ// عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X و احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

ب// احسب $E(X^2 - 1 \leq 0)$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[1; 3]$ حيث: $f(x) = \frac{-3}{x-4}$

1 ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم اثبت أنه إذا كان $x \in [1; 3]$ فإن $f(x) \in [1; 3]$.

2 نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$.

أ// برهن بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < u_n < 3$.

ب// اثبت أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على IN .

ج// استنتج أن (u_n) متقاربة ثم عين نهايتها.

3 لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة على IN كما يلي: $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n - 3}$

أ// اثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب// اكتب v_n بدلالة n ثم احسب المجموع: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.

ج// عين العدد الطبيعي n الذي يحقق: $3 + 2S_n = \frac{1}{27}$.

**التمرين الثالث: (04 نقاط)**

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على IN بـ: $u_0 = 0$ و بالعلاقة $u_{n+1} = \frac{1}{2}(3u_n - 1)$.

1 برهن بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_n \leq 1$.

2 ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على IN بـ: $v_n - u_n = \alpha$ حيث α عدد حقيقي ثابت.

1 عين قيمة α حتى تكون (v_n) متتالية هندسية، يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

2 اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

3 احسب كل من P_n و S_n بدلالة n حيث: $P_n = v_0 \times v_1 \times \dots \times v_n$ و $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء I: نعتبر الدالة العددية g المعرفة على IR بـ: $g(x) = 4e^{-x} - 4x + 5$.

1 احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

2 ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3 بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $[1.5; 1.45]$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

الجزء II: لتكن الدالة f المعرفة على IR بـ: $f(x) = \frac{(4x-1)e^{-x}}{1+e^{-x}}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1 احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

2 بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 4x - 1$ مقارب مائل لـ (C_f) .

3 اثبت أنه من أجل كل x من IR : $f'(x) = \frac{e^{-x} g(x)}{(1+e^{-x})^2}$

4 عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ و فسر النتيجة بيانيا.

5 استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

6 بين أن $f(\alpha) = 4\alpha - 5$ ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$.

7 ارسم (Δ) و (C_f) .

8 m وسيط حقيقي، ناقش بيانيا حسب قيم m عدد و إشارة حلول المعادلة: $f(x) = m$.