الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية عين تموشنت

إختبار الفصل الثاني — ثانوية أبي ذر الغفاري ـ حمام بوحجر ـ

الشعبة: علوم تجريبية — دورة مارس: 2020

اختبار في مادة:الرياضيات — المدة:2 ساعات

على المترشح أن يختار موضوعا واحدا من الموضوعين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (7 نقاط):

كيس U_1 به 17 كرة لانميز بينها باللمس منها 9 حمراء ، 6 بيضاء و 2 خضراء.
من الكرات الحمراء توجد اربع كرات تحمل الرقم 1 وثلاث كرات تحمل الرقم -1 والبقيه تحمل الرقم 0 .
ومن الكرات البيضاء توجد ثلاث كرات تحمل الرقم 1 واثنان تحملان الرقم -1 وواحدة تحمل الرقم 0 .
ومن الكرات الخضراء توجد كرة تحمل الرقم 1 وكرة تحمل الرقم -1 .
نسحب ثلاث كرات من الكيس U_1 في آن واحد.
نعتبر الاحداث : A : "الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون" B : "الحصول على ثلاث كرات مختلفة اللون مثنى مثنى" C :"الحصول على كره حمراء على الاقل "، D :"الحصول على ثلاث كرات تحمل نفس الرقم" E :"الحصول على ثلاث كرات تحمل ارقاما مجموعها سالب تماما".

1- أحسب احتمال الأحداث: A ، B ، C ، D .

2- بين أن $p(E)=\frac{203}{680}$.

3- بين أن احتمال الحصول على ثلاث كرات تحمل ألوان العلم الوطني وتحمل نفس الرقم هو : $\frac{9}{340}$.

4- ماهو احتمال الحصول على ثلاث كرات تحمل ألوان العلم الوطني أوتحمل نفس الرقم؟

5- هل الحادثين B و D مستقلتين؟ برر.

6- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب جداء الأرقام الموجودة في الكرات المسحوبة.

أ. عين قيم X .

ب. عين قانون احتمال X ثم أحسب الأمل التباين والانحراف. .

التمرين الثاني: (6 نقاط)

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على كما يلي $\begin{cases} u_0=\alpha \\ u_{n+1}=-\frac{3}{2}u_n \ +5 \end{cases}$ حيث α عدد حقيقي .

1) عين قيمة α الذي تكون من أجله المتتالية (u_n) ثابتة .

2) نضع فيما يلي : $\alpha=3$

أ) تحقق أن المتتالية (u_n) ليست رتيبة .

ب) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n=4u_n+\beta$ حيث β عدد حقيقي .

1. عين قيمة β حتى تكون (v_n) متتالية هندسية أساسها $-\frac{3}{2}$ يطلب تعين حدها الأول .

2. نفرض $\beta=-8$

أ)أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ، ثم إستنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n.

ب) عين العدد الطبيعي n حتى يكون $\frac{1}{u_n-2}=\frac{32}{243}$.

ت) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $v_0+2v_1+2^2v_2+...+2^nv_n=1-(-3)^{n+1}$

التمرين الثالث: (7 نقاط)

في كل التمرين ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

نرفق بكل عدد مركب z يختلف عن $-i$ ، العدد المركب $f(z)=\frac{z}{z+i}$. نضع $z=x+iy$ و M نقطة من المستوي المركب لاحقتها العدد z .

1)أكتب $f(z)$ على الشكل الجبري .

2) F هي مجموعة النقط M حيث $f(z)$ تخيلي صرف .

أثبت أن المجموعة F هي دائرة يطلب تعين مركزها Ω و نصف قطرها R بإستثناء نقطة .

3) حل في C المعادلة ذات المجهول z التالية: $f(z)=z-i$.

4) نعتبر النقط A ، B و C ذات اللاواحق $z_A=\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=-z_A$.

أ) عين الجدرين التربيعيين للعدد المركب z_A

ب) عين طويلة وعمدة العدد المركب z_A ثم إستنتج طويلة و عمدة العدد ين المركبين z_C و z_B

جـ) حدد طبيعة االمثلث ABC ثم أحسب مساحته

د) اوجد اللاحقة z_G للنقطة G بحيث يكون G مرجح الجملة $\{(A,1);(B,-1);(C,1)\}$

هـ) عين طبيعة المجموعة (D) مجموعة النقط M من المستوى المركب حيث

$(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC})\cdot(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB})=0$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (7 نقاط):

كيس يحتوي على 8 كرات متماثلة لا نفرق فيما بينها باللمس منها 5كرات حمراء و الباقية بيضاء ، نسحب من الكيس 3 كرات عشوائيا على التوالي دون الأرجاع .

مثّل الوضعية بشجرة الاحتمالات .

أحسب إحتمال كل حادثة من الحوادث التالية:

A "الكرات المسحوبة كلها حمراء"

B " توجد كرة واحدة حمراء في السحب"

C" توجد على الأقل كرة واحدة بيضاء في السحب "

D"الكرات المسحوبة ليست كلها من نفس اللون "

ننزع من الكيس الكرات البيضاء و نضع مكانها n كرة سوداء حيث : $(n \geq 2)$ ثم نسحب من الكيس كرتين عشوائيا و في آن واحد .

نفرض أن سحب كرة حمراء يساوي : -10 نقطة و سحب كرة سوداء يساوي : $+5$ نقطة.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق كل سحب كرتين مجموع النقط المحصل عليها .

عين قيم n حتى تكون اللعبة رابحة .

التمرين الثاني: (6 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول بـ : $u_0 = \frac{3}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3u_n}{u_n + 2}$

① عين العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = a + \frac{b}{u_n + 2}$

② أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < u_n \leq \frac{3}{2}$.

ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

جـ) بيّن أن المتتالية (u_n) متقاربة .

③ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - 1 \leq \frac{2}{3}(u_n - 1)$

④ نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي : من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = \frac{4^n u_n}{u_n - 1}$

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = 6$ يطلب تعيين حدها الأول.

ب) أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \frac{3^{n+1}}{3^{n+1} - 2^n}$ و أحسب $\lim_{n \to +\infty} u_n$

⑤ أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + ... + \frac{1}{u_n}$

التمرين الثالث: (7 نقاط)

الجزء الأول:لتكن h الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كمايلي $h(x)=x^2+2x+\ln(x+1)$

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $h'(x)=\dfrac{1+2(x+1)^2}{x+1}$ وإستنتج إتجاه تغير h ثم أنجز جدول تغيرتها

2)أحسب $h(0)$ و إستنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x

الجزء الثاني: المستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

لتكن f هي الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بما يلي: $f(x)=x-1-\dfrac{\ln(x+1)}{x+1}$ (C_f) تمثلها البياني

أحسب $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ >}} f(x)$ ثم فسر هده النتيجة بيانيا ثم أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

1)أحسب : $\lim\limits_{x \to +\infty}[f(x)-(x-1)]$ وإستنتج و جود مستقيم مقارب مائل (Δ)للمنحى(C_f) أدرس و ضعية بين (C_f) **و**(Δ)

2) بين أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ؛ $f'(x)=\dfrac{h(x)}{(x+1)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات f

3)بين أن المنحني (C_f)**يقبل مماسا وحيدا** (T) **موازيا إلى** (Δ)يطلب معادلة له

4) **أرسم**(Δ) ، (T) **و** (C_f)

5) m وسيط حقيقي ، عين قيم m التي من أجلها المعادلة : $f(x)=x-m$ تقبل حلين متمايزين.