ثانوية عبد الرحمان ميرة -البويرة المدة 2سا

3 ع ت اختبار الفصل الثاني في الرياضيات 2020/03/02

التمرين الأول :5ن

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة التراجعية $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}u_n+1$ و $u_0=2$

1) أحسب u_1 , u_2 و u_3 ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغيرات المتتالية (u_n) .

2) برهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n فان $u_n \leq n+3$.

أ) تحقق أن $u_{n+1}-u_n=-\frac{1}{3}(u_n-n-3)$ ثم أدرس اتجاه تغيرات المتتالية (u_n) .

ب) استنتج أن (u_n) محدودة من الأسفل. هل يمكن القول أنها متقاربة؟

3)نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على$\mathbb{N}$ بالعلاقة $v_n=u_n-n$

أ) برهن ان المتتالية (v_n) هندسية أساسها يساوي $\frac{2}{3}$.

ب) عبر عن v_n و u_n بدلالة n ثم احسب نهاية $\lim u_n$.

ج) أحسب بدلالة n المجموع $S_n=u_0+u_1+u_2+\cdots.+u_n$

4) لتكن المتتالية (t_n) على $\mathbb{N}$ بالعلاقة $t_n=\ln(v_n)$

أ) برهن أن (t_n) متتالية حسابية يطلب أساسها وحدها الأول.

أحسب بدلالة n المجموع $A_n=t_0+t_1+t_2+\cdots.+t_n$ ثم استنتج الجداء $P_n=t_0\times t_1\times t_2\times \ldots.\times t_n$

التمرين الثاني :5ن

1) أ) عين العددين الحقيقين a و b حيث $(a+i)^2=2+2i\sqrt{3}$ و $(b-i)^2=2-2i\sqrt{3}$

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2-4z+16=0$ ثم استنتج حلول المعادلة $z^4-4z^2+16=0$

(لاحظ أن $48=16\times 3$)

2)(ψ) هي مجموعة النقاط $M(x,y)$ صورة العدد المركب z وL العدد المركب حيث $L=\frac{z-1}{z+1}$ و$z\neq -1$

أ) أكتب L على الشكل الجبري.

ب) عين مجموعة النقاط (ψ) في كل حالة: أ) L حقيقي. ب) L تخيلي صرف.

(السؤالان 1 و2 منفصلان)

التمرين الثالث :5ن

يحتوي صندوق على 5 كريات بيضاء مرقمة 1 1 1 0 1- و 5 كريات سوداء مرقمة 1 1 0 0 1- . نسحب عشوائيا وفي ان واحد ثلاث كريات من الصندوق ونعتبر الحوادث التالية:

: A الحصول على كرية بيضاء واحدة فقط. B :الحصول على كرية بيضاء على الأقل

: C الكريات الثلاثة لها نفس اللون. D : الحصول على اللونيين. F : مجموع أرقام الكريات المسحوبة معدوم .

1) أحسب احتمال الحوادث A، B و C

2) تحقق أن: $P(D) = \frac{5}{6}$, $P(F) = \frac{31}{120}$, و $P(C \cap F) = \frac{7}{120}$.

3) إذا كان مجموع أرقام الكريات المسحوبة معدوما. ما هو احتمال ان تكون من نفس اللون؟

4) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب في التجربة السابقة مجموع أرقام الكريات المسحوبة.

عرف قانون احتمال X وأحسب أمله الرياضي.

التمرين الرابع :5ن

نعتبر f الدالة المعرفة $\mathcal{R}$ على ب $f(x) = \ln(x + e^{-x})$ و(c_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس$(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j})$

1) أحسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

2) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathcal{R}$: $f(x) = -x + \ln(xe^x + 1)$ ثم أحسب $\lim_{x \to -\infty} f(x)$.

3) أدرس اتجاه تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = -x$ مستقيم مقارب للمنحنى (c_f)بجوار $-\infty$.

ليكن (γ) المنحنى البياني للدالة $x \longmapsto \ln x$ على المجال $]0; +\infty[$.

5) بين أنه من أجل كل xمن المجال $]0; +\infty[$فان: $f(x) - \ln x = \ln(1 + \frac{e^{-x}}{x})$

6) أحسب $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - \ln x]$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

7) أدرس وضعية(c_f) بالنسبة (γ)الى على المجال $]0; +\infty[$.

8) اتشئ (γ) ، (Δ)و (c_f) .