



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مؤسسة التربية و التعليم الخاصة سليم

ETABLISSEMENT PRIVE D'EDUCATION ET D'ENSEIGNEMENT SALIM



www.ets-salim.com



021 87 10 51



021 87 16 89



Hai Galloul - bordj el-bahri alger

رخصة فتح رقم 1088 بتاريخ 30 جانفي 2011

ثانوي - ابتدائي - متوسط - ثانوي

إعتماد رقم 67 بتاريخ 06 سبتمبر 2010

مارس 2018

المستوى: الثالثة ثانوي (علوم تجريبية) (3ASS)

المدة: 3 سا 00

اختبار الفصل الثاني في مادة العلوم الفيزيائية

**التمرين 1: (6 نقاط)**

نريد معرفة سلوك وشيعة ذاتيتها  $L$  و مقاومتها الداخلية  $r$  ، لذا نشكل دائرة كهربائية تتكون من الوشيعة على التسلسل مع مولد قوته المحركة الكهربائية ثابتة  $E = 1.2V$  و ناقل أومي مقاومته  $R = 12\Omega$  و قاطعة  $K$  .

1 - ارسم مخطط الدارة الكهربائية و بيّن عليه الجهة الاصطلاحية للتيار و الأسهم الممثلة للتوترات الكهربائية بين

طرفي كل ثنائي قطب :  $U_L$  ,  $U_R$  ,  $E$  .

2 - نغلق القاطعة  $K$  عند اللحظة  $t = 0$  :

أ / أوجد المعادلة التفاضلية التي تعطي التوتر  $U_R$  بين طرفي الناقل الأومي .

ب / أن المعادلة التفاضلية الناتجة تقبل العبارة :  $U_R(t) = A (1 - e^{-t/B})$  حلاً لها ما هو المدلول

الفيزيائي للثابتين  $A$  و  $B$  ؟

ج / نريد مشاهدة التوتر  $U_R$  بين طرفي الناقل الأومي باستعمال راسم اهتزاز مهبطي ذو ذاكرة ، بيّن على

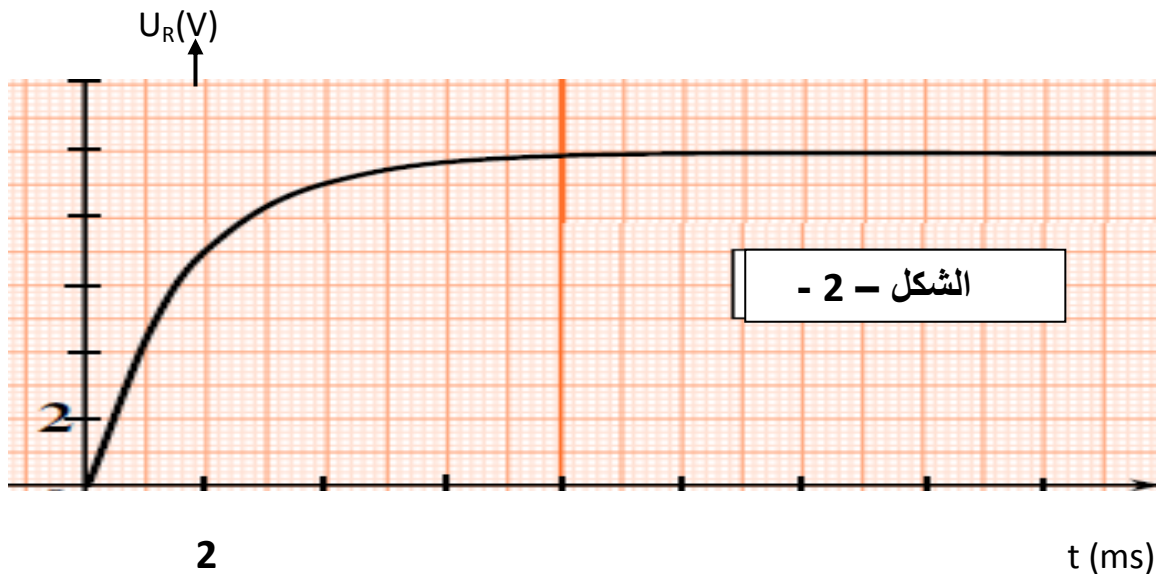
المخطط السابق كيفية ربطه لتحقيق ذلك ؟

3 - بالاعتماد على المنحنى المشاهد على شاشة راسم الاهتزاز و المعطى على الشكل - 2 - استنتج :

أ / قيمتي الثابتين  $A$  و  $B$  .

ب / المقاومة الداخلية للوشيعة  $r$  و ذاتيتها  $L$  .

4 - اكتب عبارة الطاقة المغناطيسية المخزنة في الوشيعة بدلالة الزمن  $t$  ، استنتج قيمتها عند اللحظة  $t = 14s$  .



الصفحة 3/1

حي قعلول - برج البحري - الجزائر

Web site : [www.ets-salim.com](http://www.ets-salim.com) / Fax 023.94.83.37 : الفاكس : Tel : 0560.94.88.02/05.60.91.22.41/05.60.94.88.05

## التمرين 2: (7 نقاط)

1- محلول مائي لمركب كيميائي B صيغته العامة  $C_nH_{2n+1}NH_2$ ، تركيزه المولي بالشوارد  $OH^-$  يساوي  $3,16 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$  و نسبة تقدمه النهائي  $\tau_f = 13,73 \%$ .

أ- أحسب PH هذا المحلول و بين طبيعته ( محلول حمضي أو أساسي ).  
ب- أوجد الصيغة المجملة لهذا المركب الكيميائي علما أن  $M(C_nH_{2n+1}NH_2) = 31 \text{ g/mol}$ .  
ج- أكتب معادلة تفككه في الماء ثم أنجز جدولا لتقدم التفاعل.

د- أثبت أن نسبة التقدم النهائي  $\tau_f$  يمكن كتابتها على الشكل  $\tau_f = \frac{K_e}{C_B \cdot [H_3O^+]_f}$  ثم أحسب قيمة  $C_B$ .

هـ- أعط عبارة ثابت الحموضة  $K_a$  للثنائية ( Acide / Base ) الموافقة و أحسب قيمته ، ثم استنتج قيمة الثابتين K ( ثابت التوازن ) و  $pK_a$ .

2- للتأكد من قيمة التركيز المولي السابق  $C_B$  نجري معايرة pH مترية لحجم قيمته  $V_B = 22,4 \text{ mL}$  من محلول المركب B بواسطة محلول لحمض كلور الماء ( $H_3O^+_{(aq)} + Cl^-$ ) تركيزه المولي  $C_A = 4,6 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$  فكان البيان الممثل لتغيرات pH المزيج بدلالة حجم الحمض المضاف الشكل (4).

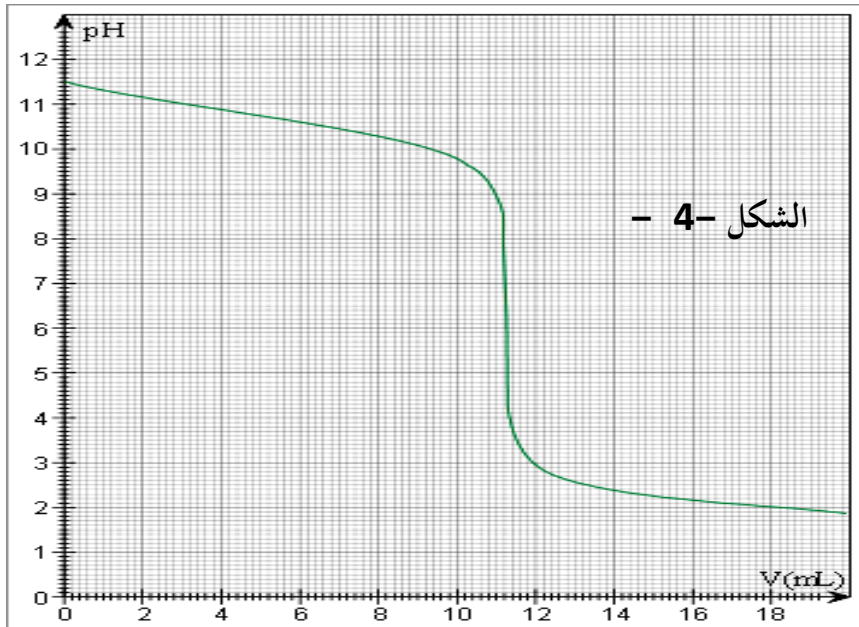
أ\*\* - أرسم التركيب التجريبي الذي يسمح بإجراء هذه المعايرة . ب\*\* - أكتب معادلة التفاعل المنمذجة لتحويل المعايرة .

ج\*\* - أنجز جدولا لتقدم التفاعل . د\*\* - أوجد إحداثيي نقطة التكافؤ ، و أحسب قيمة  $C_B$ .

هـ\*\* - حدد الأفراد الكيميائية المتواجدة في المزيج بعد إضافة حجم قيمته  $V = 5,6 \text{ cm}^3$  من الحمض ، ثم أحسب التركيز المولي لكل منها .

و\*\* - ما هو الكاشف الملون الأكثر ملائمة كي نعتبره مرجع للتكافؤ أثناء المعايرة من بين الكواشف الآتية :

| الكاشف             | أخضر<br>البروموكريزول | احمر الميثيل | فينول فيتالين |
|--------------------|-----------------------|--------------|---------------|
| مجال التغير اللوني | 5.4 - 3.8             | 6.3 - 4.8    | 10 - 8.2      |



نعطي:  $M_H = 1 \text{ g/mol}$   
 $M_C = 12 \text{ g/mol}$   
 $M_N = 14 \text{ g/mol}$

### التمرين 3 : (7 نقاط)

ندرس سقوط حبة برد نعتبرها كروية الشكل قطرها  $D = 3Cm$  ، كتلتها  $13g$  . تسقط عند  $t = 0$  دون سرعة ابتدائية من نقطة  $O$  ارتفاعها  $1500m$  . تؤخذ النقطة  $O$  كمبدأ لمحور  $(Oz)$  موجه إيجاباً نحو الأسفل .

معطيات : - حجم كرة :  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$  ، - الكتلة الحجمية للهواء :  $\rho = 1,3 Kg.m^{-3}$  .

- شدة تسارع الجاذبية نعتبرها ثابتة و مساوية لـ :  $g = 9,8 m.s^{-2}$  .

I - نعتبر أن البرد يسقط سقوطاً حراً

1/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، حدد المعادلات الزمنية التي تعطي سرعة و موضع مركز العطالة  $G$  لحبة البرد بدلالة مدة السقوط  $t$  .

2/ أحسب قيمة سرعة حبة البرد عند وصولها سطح الأرض .

II - في الواقع تخضع حبة البرد بالإضافة لثقلها إلى قوتين ، دافعة أرخميدس  $(\vec{\pi})$  و قوة احتكاك  $(\vec{f})$

المتناسبة طرداً مع مربع السرعة بحيث :  $f = k.v^2$  .

1/ بالتحليل البعدي . حدد وحدة المعامل  $k$  في النظام الدولي .

2/ أعط عبارة دافعة أرخميدس . ثم أحسب قيمتها وقارنها مع قيمة الثقل . ماذا تستنتج ؟

3/ نهمل دافعة أرخميدس :

أ - أنشئ المعادلة التفاضلية للحركة . ثم بين أنه يمكن كتابتها على الشكل :  $\frac{dv}{dt} = A - B.v^2$  .

ب - الجدول الموالي هو عبارة عن نسخة لورقة حساب لقيم كل من السرعة  $(v)$  و التسارع  $(a)$  بدلالة الزمن . هذا

الجدول يوافق القيم :  $A = 9,8 m.s^{-2}$  ;  $B = 1,56 \times 10^{-3} m^{-1}$  و خطوة التغير

الزمني  $\Delta t = 0,5 s$  . أوجد  $a_4$  و  $v_5$  بتفصيل الحسابات .

ج - أعط العبارة الحرفية للسرعة الحدية التي تبلغها حبة البرد بدلالة  $A$  و  $B$  . ثم أحسب قيمتها العددية .

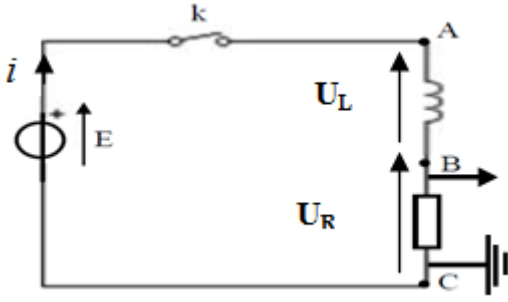
د - منحنى تطور السرعة بدلالة الزمن معطى أسفله . أوجد بيانياً قيمة السرعة المحسوبة سابقاً .

|                |      |      |      |      |       |       |      |
|----------------|------|------|------|------|-------|-------|------|
| $t (s)$        | 0,00 | 0,50 | 1,00 | 1,50 | 2,00  | 2,50  | 3,00 |
| $v (m/s)$      | 0,00 | 4,90 | 9,61 | 13,8 | 17,2  | $v_5$ | 21,6 |
| $a (m.s^{-2})$ | 9,80 | 9,43 | 8,36 | 6,83 | $a_4$ | 3,69  | 2,49 |

بالتوفيق

## تصحيح

### التمرين 1 : (6 نقاط)



1 - رسم مخطط الدارة الكهربائي :

2 - أ / بتطبيق قانون جمع التوترات :

$$L \frac{di}{dt} + (R + r)i = E$$

بضرب طرفي المعادلة في R :

$$L R \frac{dU_R}{dt} + [ (R + r) R ] U_R = R E$$

$$U_R(t) = A ( 1 - e^{-t/B} )$$

$$\frac{dU_R}{dt} = ( A / B ) e^{-t/B}$$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

هو التوتر الأعظمي بين طرفي الناقل الأومي .  $A = R E / R + r = U_{R \max}$  مدلوله :

هو ثابت الزمن للدارة RL و المدة الزمنية التي يصل فيها التوتر إلى 63% من قيمته العظمى  $B = L / R + r = \tau$

ج / انظر الشكل : كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي

$$3 - A = 10 \text{ V} , B = 1.6 \text{ ms}$$

ب / عند النظام الدائم :  $U_L = E - U_{R \max} = 2 \text{ V}$

$$I_0 = U_{R \max} / R = 10 / 12 = 0.83 \text{ A}$$

$$r = U_L / I_0 = 2 / 0.83 = 2.4 \Omega$$

$$L = \tau ( R + r ) = 1,6 \cdot 10^{-3} \cdot 14,4 = 0.023 \text{ H}$$

4 - عبارة الطاقة المغناطيسية المخزنة في الوشيعه بدلالة الزمن:

$$E_{\text{mag}}(t) = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} L I_0^2 ( 1 - e^{-t/\tau} )^2$$

اللحظة  $t = 14 \text{ s}$  تنتمي للنظام الدائم أي الشدة تكون أعظمية و كذا الطاقة المغناطيسية أعظمية :

$$E_{\text{mag}}(\max) = \frac{1}{2} L I_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,023 \cdot (0.83)^2 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

التمرين 2 : لدينا :  $\delta = 9.75 \text{mS.m}^{-1}$  ،  $V = 300 \text{cm}^3$   
 \*\*1- تعريف : الحمض هو كل فرد كيميائي جزيئيا كان أو شارديا قابل للتخلي عن بروتون  $\text{H}^+$  أو أكثر خلال تفاعل كيميائي .

\*\*2- معادلة تفاعل الحمض  $\text{CH}_3 \text{COOH}$  مع الماء :  $\text{CH}_3 \text{COOH} + \text{H}_2\text{O} = \text{C H}_3 \text{COO}^- + \text{H}_3\text{O}^+$   
 الثنائيتين (Acide / Base) هما  $(\text{CH}_3\text{-COOH}/\text{CH}_3 \text{COO}^-)$  و  $(\text{H}_3\text{O}^+/\text{H}_2\text{O})$  .

\*\*3- جدول تقدم التفاعل :

|            |  |      |       |
|------------|--|------|-------|
| المعادلة   | $\text{H}_3 \text{COOH} + \text{H}_2\text{O} = \text{C H}_3 \text{COO}^- + \text{H}_3\text{O}^+$ |      |       |
| ح ابتدائية | $n_0$  | وفرة | 0     |
| ح نهائية   | $n_0 - X_f$  |      | $X_f$ |

\*\*4- إعطاء عبارة الناقلية النوعية:  $\sigma = (\lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} + \lambda_{\text{CH}_3\text{COO}^-}) \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_f$

\*\*5- حساب قيمة  $[\text{H}_3\text{O}^+]_f$  :  $[\text{H}_3\text{O}^+]_f = \frac{\sigma}{\lambda_{\text{CH}_3\text{COO}^-} + \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+}}$

$$= 0,25 \text{ mol/ m}^3 = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L} [\text{H}_3\text{O}^+]_f$$

\*\*5- حساب قيمة pH المحلول :  $\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+]_f = -\log(2,5 \cdot 10^{-4}) = 3,6$

\*\*6- كتابة العلاقة التي تربط بين  $\text{pH}$  و  $\text{pK}_a$  لهذا المحلول .

$$\text{pH} = \text{pK}_a + \log \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_f}{C_0 - [\text{H}_3\text{O}^+]_f} \quad \text{و} \quad \text{pH} = \text{pK}_a + \log \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]}$$

ب- حساب قيمة  $C_0$  :

$$= 10^{\text{pH} - \text{pK}_a} \Rightarrow C_0 = 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L} \quad \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_f}{C_0 - [\text{H}_3\text{O}^+]_f}$$

$$C_0 = \frac{n}{V} = \frac{m}{M \cdot V} \Rightarrow m = C_0 \cdot M \cdot V \quad \text{ب- استنتاج قيمة الكتلة } m :$$

$$m = 0,076 \text{ g}$$

التمرين الرابع :

\*\*1- لدينا المركب :  $\text{C}_n\text{H}_{2n+1}\text{NH}_2$  حيث  $[\text{OH}^-] = 3,16 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$

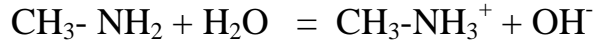
$$\tau_f = 13,73 \%$$

\*\*أ- حساب pH المحلول  $\text{pH} = 11,5$   $\Rightarrow \text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+]_f = -\log \frac{10^{-14}}{[\text{OH}^-]}$

بما أن  $\text{pH} > 7$  فالمحلول أساسي .

\*\*ب- إيجاد الصيغة المجملة للمركب B .  $M = 14n + 17 = 31 \Rightarrow n = 1$  .

المركب B هو  $\text{CH}_3\text{-NH}_2$  الميثيل أمين .



ج\*\* - معادلة التفاعل مع الماء :  
جدول تقدم التفاعل :

| المعادلة   | $\text{CH}_3\text{-NH}_2 + \text{H}_2\text{O} = \text{CH}_3\text{-NH}_3^+ + \text{OH}^-$ |      |       |
|------------|--|------|-------|
| ح ابتدائية | $n_0$  | وفرة | 0     |
| ح نهائية   | $n_0 - X_f$  |      | $X_f$ |

حساب  $\tau_f = \frac{X_f}{X_{max}} = \frac{[\text{OH}^-]}{C_B} = \frac{K_e}{C_B \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_f}$  ،  $\tau_f = \frac{K_e}{C_B \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_f}$  : د\*\* - إثبات أن :

$$C_B = \frac{10^{-14}}{\tau_f \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_f} = 2,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L} \quad \text{قيمة } C_B$$

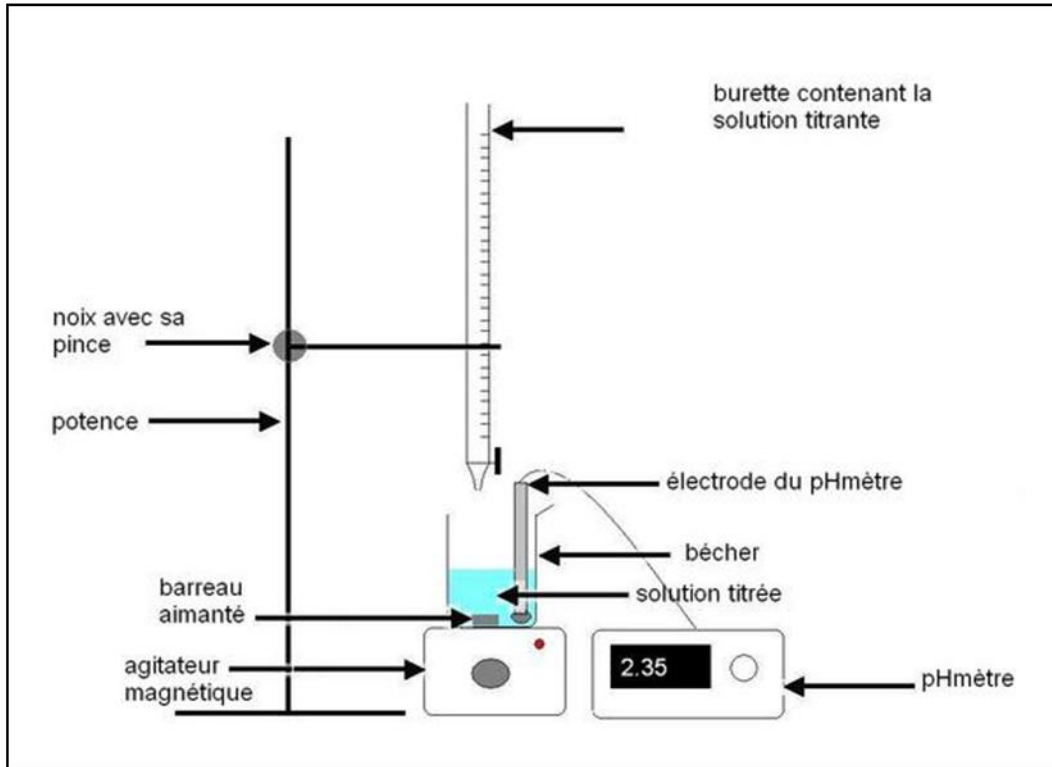
ه\*\* - عبارة ثابت الحموضة :  $K_a = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_f [\text{CH}_3\text{-NH}_2]_f}{[\text{CH}_3\text{-NH}_3^+]_f} = 1,98 \cdot 10^{-11}$

حساب قيمتي  $K$  و  $pK_a$

$$K = \frac{[\text{OH}^-]_f [\text{CH}_3\text{-NH}_3^+]_f}{[\text{CH}_3\text{-NH}_2]_f} = \frac{[\text{OH}^-]_f [\text{CH}_3\text{-NH}_3^+]_f}{[\text{CH}_3\text{-NH}_2]_f} \cdot \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_f}{[\text{H}_3\text{O}^+]_f}$$

ومنه  $pK_a = -\log K_a = 10,7$  ،  $K = \frac{10^{-14}}{K_a} = 5 \cdot 10^{-4}$

2\*\* - لدينا :  $V_B = 22,4 \text{ ml}$  ،  $C_A = 4,6 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$   
أ\*\* - رسم التركيب التجريبي للمعايرة :



ب\*\* - معادلة التفاعل المنمذج لتحويل المعايرة :  $\text{CH}_3\text{-NH}_2 + \text{H}_3\text{O}^+ = \text{CH}_3\text{-NH}_3^+ + \text{H}_2\text{O}$

ج\*\* - جدول تقدم التفاعل :

|            |   |             |       |
|------------|---|-------------|-------|
| المعادلة   | $\text{CH}_3\text{-NH}_2 + \text{H}_3\text{O}^+ = \text{CH}_3\text{-NH}_3^+ + \text{H}_2\text{O}$ |             |       |
| ح ابتدائية | $n_0$   | $n_1$       | 0     |
| ح نهائية   | $n_0 - X_f$   | $n_1 - X_f$ | $X_f$ |

د\*\* - تعيين إحداثيي نقطة التكافؤ : من البيان (  $V_A = 11,2 \text{ mL}$  ,  $\text{pH} = 6,3$  ) .

حساب قيمة  $C_B$  :

$$C_A \cdot V_{AE} = C_B \cdot V_B \Rightarrow C_B = \frac{C_A \cdot V_{AE}}{V_B} = 2,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L} .$$

ه\*\* - تحديد الأفراد الكيميائية المتواجدة في المزيج :  $\text{CH}_3\text{-NH}_2$  ,  $\text{H}_3\text{O}^+$  ,  $\text{CH}_3\text{-NH}_3^+$  ,  $\text{Cl}^-$  ,  $\text{OH}^-$  : من البيان لما  $V = 5,6 \text{ cm}^3$  لدينا  $\text{pH} = 10,7$  .

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-10,7} = 2 \cdot 10^{-11} \text{ mol/L}$$

$$= \frac{10^{-14}}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L} \quad [\text{OH}^-]$$

$$= \frac{C_A \cdot V_A}{V_T} = \frac{4,6 \cdot 10^{-2} \cdot 5,6}{28} = 9,2 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L} \quad [\text{Cl}^-]$$

$$[\text{CH}_2\text{-NH}_3^+] = [\text{Cl}^-] = 9,2 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

$$[\text{CH}_3\text{-NH}_2] = \frac{C_B \cdot V_B}{V_T} - [\text{CH}_2\text{-NH}_3^+] = 9,2 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

و\*\* - الكاشف الملون المناسب لهذه المعايرة هو : أحمر الميثيل .

### التمرين 3

I- السقوط الحر :

1/ تحديد المعادلات الزمنية  $z(t)$  ،  $v_z(t)$

- الجملة المعتبرة : حبة البرد

- مرجع الدراسة و المعلم : مرجع أرضي نعتبره غاليلي مزود بمعلم  $O_z$  موجه من الأعلى نحو الأسفل

- القوى :  $\vec{P} = m\vec{g}$

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :  $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a}$

- بإسقاط المعادلة الشعاعية على محور الحركة  $O_z$  :  $mg = ma_z \Rightarrow a_z = +g$

لنكتب الشروط الابتدائية عند  $t = 0$  :

$$\vec{OG}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases} , \quad \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = 0 \\ v_{0y} = 0 \\ v_{0z} = 0 \end{cases}$$



التسارع  $a_z(t)$  :  $a_z = +g$

السرعة  $v_z(t)$  :

$$a_z = \frac{dv_z}{dt} = +g \rightarrow v_z = g.t + C_1 \dots \dots \dots (C_1 = v_{0z} = 0)$$

$$v_z = g.t \dots \dots \dots (1) \quad \text{ومنه :}$$

$$v_z = \frac{dz}{dt} = g.t \rightarrow z = \frac{1}{2}g.t^2 + C_2 \dots \dots \dots (C_2 = z_0 = 0) \quad \text{المسافة } z(t) :$$

$$z = \frac{1}{2}g.t^2 \dots \dots \dots (2) \quad \text{ومنه :}$$

2/ حساب قيمة سرعة حبة البرد عند وصولها إلى الأرض :

عندما تصل حبة البرد إلى الأرض تكون :  $z = h = 1500 \text{ m}$  ،

$$\text{نستخرج الزمن من المعادلة (2) ونعوضه في (1) نجد : } t = \sqrt{\frac{2.h}{g}} = 17,5 \text{ s} \quad (2) \Rightarrow$$

بالتعويض الزمن في (1) نجد :

$$v_z = g.t = 9,8 \times 17,5 = 171,5 \text{ m.s}^{-1} = 617,4 \text{ Km.h}^{-1}$$

جاء في مقدمة التمرين أن سرعة حبة البرد عند وصولها إلى الأرض تصل إلى القيمة  $160 \text{ Km.h}^{-1}$  .

وبالتالي قيمة السرعة المحصل عليها بالاعتماد على هذا النموذج ( السقوط الحر ) غير مقبولة لأن السقوط

حقيقي وليس حرا .

II - السقوط الحقيقي :

1/ تحديد وحدة المعامل  $k$  بالتحليل البعدي :

$$f = k.v^2 \Rightarrow k = \frac{f}{v^2} \Rightarrow [k] = \frac{[f]}{[v^2]} = \frac{[M] \times [L] \times [T]^{-2}}{[L]^2 \times [T]^{-2}} = [M] \times [L]^{-1}$$

إذن وحدة  $k$  هي :  $\text{Kg.m}^{-1}$

$$2/ \text{ عبارة دافعة أرخميدس : } \Pi = \rho.V.g = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho.g$$

$$\text{حساب قيمتها : } \Pi = \frac{4}{3} \times 3,14 \times \left(\frac{3}{2} \times 10^{-2}\right)^3 \times 9,8 = 1,8 \times 10^{-4} \text{ N}$$

$$\text{مقارنة دافعة أرخميدس بثقل حبة البرد : } P = m.g = 13 \times 10^{-3} \times 9,8 = 0,13 \text{ N}$$

$$\frac{P}{\Pi} = \frac{0,13}{1,8 \times 10^{-4}} \approx 722 \Rightarrow P = 722 \Pi$$

نستنتج أن ثقل حبة البرد أكبر من دافعة أرخميدس بأكثر من 722 مرة وبالتالي يمكننا إهمال دافعة أرخميدس أمام الثقل .



3/ نهمل دافعة أرخميدس :

أ - عبارة المعادلة التفاضلية للحركة :

✚ نطبق من جديد القانون الثاني لنيوتن على حبة البرد خلال حركتها:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}$$

✚ بإسقاط المعادلة الشعاعية على محور الحركة  $Oz$  :

$$m \frac{dv_z}{dt} = mg - kv^2 \Rightarrow \frac{dv_z}{dt} = g - \frac{k}{m} v^2$$

وهي معادلة من الشكل :  $\frac{dv_z}{dt} = A - Bv^2$  حيث :  $A = g$  ;  $B = \frac{k}{m}$

ب - إيجاد  $a_4$  و  $v_5$  :

$$a_i = A - Bv_i^2 \Rightarrow a_4 = A - Bv_4^2 = 9,8 - 1,56 \times 10^{-2} \times (17,2)^2 = 5,18 \text{ m.s}^{-2}$$

$$v_{i+1} = v_i + a_i \cdot \Delta t \Rightarrow v_5 = v_4 + a_4 \cdot \Delta t \Rightarrow v_5 = 17,2 + 5,18 \times 0,5 = 19,8 \text{ m.s}^{-1}$$

ج - العبارة الحرفية للسرعة الحدية : عندما تكتسب حبة البرد سرعتها الحدية تكون :  $v = v_L = cte$  ، أي  $\frac{dv_z}{dt} = 0$

إذن تصبح المعادلة التفاضلية السابقة كالآتي :  $0 = A - Bv_L^2$  ومنه نستنتج :

$$v_L = \sqrt{\frac{A}{B}} = \sqrt{\frac{g \cdot m}{k}} = \sqrt{\frac{9,80}{1,56 \times 10^{-2}}} = 25 \text{ m.s}^{-1}$$

د - نرسم الخط المقارب للبيان نجد نفس السرعة الحدية السابقة  $v_L = 25 \text{ m.s}^{-1}$