متقـــــن: بلونار محمد/ بسكرة السنة الدراسية:2019/2018

المستوى:ثالثـــة ثانـــــوي الشعبــــة: تقنـــي رياضـــي

اختبار الثلاثي الاول في مادة الرياضيات المـــــــدة:02 ســـاعـــة

## التمرين الاول : (08 ن)

$g$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty\,;\,0[$ بـ : $g(x)=\left(1+\frac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}-\frac{1}{2}$

$(C_g)$:التمثيل البياني للدالة $g$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، $\|\vec{i}\|=2\,cm$

1. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} g(x)$ ، ثم استنتج أن $(C_g)$ يقبل مستقيما مقاربا $(\Delta)$ يطلب تعيين معادلة له .
2. ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ على المجال $]-\infty\,;\,0[$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة $g$
3. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث: $-3.2<\alpha<-3.1$
4. أنشئ $(C_g)$ في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$
5. حل و ناقش ، حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ ، عدد حلول المعادلة ، $g(x)=m$

## التمرين الثاني : (12 ن)

**I.** $f$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]2;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{\ln(x-1)+x-1}{\ln(x-1)}$

$(C_f)$:التمثيل البياني للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ >}} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
2. ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ على المجال $]2;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.
3. استنتج انه من اجل كل $x$ من $]2;+\infty[$ فان : $f(x)\geq e+1$
4. أنشئ $(C_f)$ في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ على المجال $]2;10]$

**II.** $(u_n)$ المتتالية العددية المعرفة بحدها الاول $u_0=e^2+1$ و من اجل كل $n$ من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}=f(u_n)$

1. برهن بالتراجع انه من اجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ فان: $u_n\geq e+1$
2. أ) بين انه من اجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ فان: $u_{n+1}-u_n=\dfrac{(u_n-1)\left(1-\ln(u_n-1)\right)}{\ln(u_n-1)}$

   ب) استنتج اتجاه تغير المتتالية العددية $(u_n)$ .

   ج) استنتج ان المتتالية $(u_n)$ متقاربة، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

بالتـــوفيـــق

| العلامة | | الاجابة النموذجية | محاور الموضوع |
|---|---|---|---|
| المجموع | مجزاة | | |
| 08 | | **التمرين الاول** : | الدوال العددية |

**1.** حساب النهايات واستنتاج أن $\left(C_g\right)$ يقبل مستقيم مقارب $\left(\Delta\right)$ مع تعيين معادلة له: ...... 1.5

$$\lim_{\substack{< \\ x\to 0}} g(x) = -\frac{1}{2} \ \text{،} \ \lim_{x\to-\infty} g(x) = \frac{1}{2}$$

لدينا : $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \frac{1}{2}$ ومنه نستنتج أن المستقيم $\left(\Delta\right)$ ذو المعادلة $y = \frac{1}{2}$ مقارب أفقي لـ $\left(C_f\right)$ عند $-\infty$

**2.** دراسة اتجاه تغير الدالة $g$ و تشكيل جدول تغيراتها : ...... 2.5

ا) دراسة اتجاه تغير الدالة $g$

• حساب $g'(x)$: $g'(x) = -\left(\frac{2x+1}{x}\right)\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}$

• دراسة إشارة $g'(x)$ : لدينا إشارة $g'(x)$ من إشارة المقدار $2x+1$ على $\left]-\infty\,;0\right[$ ومنه نجد :

| $x$ | $-\frac{1}{2}$ | $0$ <br> $-\infty$ |
|---|---|---|
| $g'(x)$ | - 0 + | \|\| |

ب) تشكيل جدول تغيرات الدالة $g$

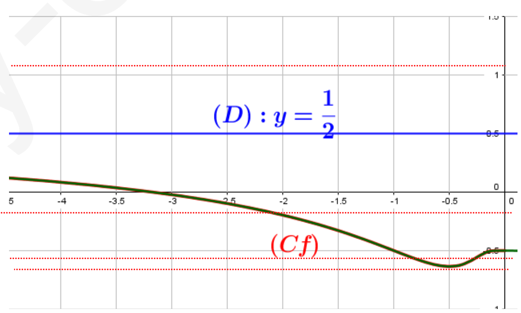
| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{1}{2}$ | | $0$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | - | 0 | + | \|\| |
| $g(x)$ | $\frac{1}{2}$ | ↘ | $-\frac{2+e^2}{2e^2}$ | ↗ | $-\frac{1}{2}$ |

**3.** تبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ : ...... 1.5

لدينا الدالة $g$ مستمرة و متناقصة تماما على المجال $\left[-3.2\,;-3.1\right]$ و $g(-3.2)\times g(-3.1) < 0$

إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ ، حيث $\alpha$ من $\left]-3.2\,;-3.1\right[$

**4.** إنشاء $\left(C_g\right)$ في المعلم $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$: 1.5




**5.** المناقشة البيانية ، حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ ، عدد حلول المعادلة. $g(x) = m$: ......

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 1 | فواصل نقاط تقاطع $\left(C_g\right)$ مع المستقيم ذو المعادلة $y=m$ هي حلول للمعادلة $g(x)=m$ | |

| $m$ | $m<-\frac{2+e^2}{2e^2}$ | $m=-\frac{2+e^2}{2e^2}$ | $-\frac{2+e^2}{2e^2}<m\le -\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}<m<\frac{1}{2}$ | $m\ge \frac{1}{2}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| المناقشة البيانية | لا يوجد حلول | يوجد حل مضاعف | يوجد حلين | يوجد حل وحيد | يوجد حلين موجبين |

12 — الدوال العددية المتتاليات العددية

**التمرين الثاني** :..........................................................................................

.I

1 — **.1** حساب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{> \\ x\to 2}} f(x)$ :..........................................

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{\substack{> \\ x\to 2}} f(x)=+\infty$

2.5 — **.2** دراسة اتجاه تغير الدالة $f$ على $]2;+\infty[$ ، مع تشكيل جدول تغيراتها:..........................................

حساب $f'(x)$ : الدالة $f$ قابلة للاشتقاق على $]2;+\infty[$ و : $f'(x)=\dfrac{\ln\left(x-1\right)-1}{\ln\left(x-1\right)}$

دراسة إشارة $f'(x)$ :

لدينا إشارة $f'(x)$ من إشارة المقدار $\ln\left(x-1\right)-1$ على المجال $]2;+\infty[$

ومنه نجد :

| $x$ | $0$ | $e+1$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $\Vert$ - | $0$ | + |

الدالة $f$ متناقصة تماما على المجال $]2;e+1]$ ، الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $[e+1;+\infty[$

• تشكيل جدول تغيرات الدالة $f$ على المجال $]2;+\infty[$

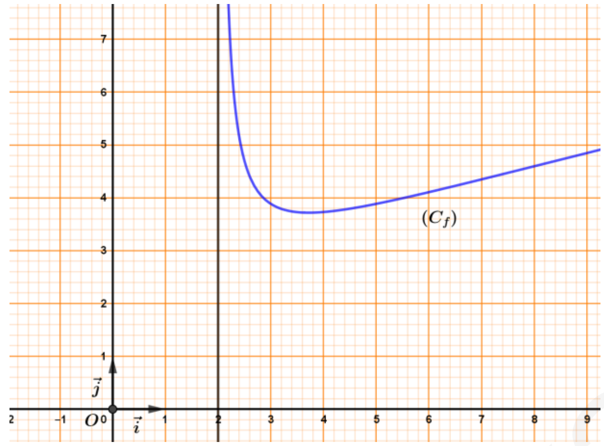
| $x$ | $0$ | | $e+1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $\Vert$ | - | $0$ | + | |
| $f(x)$ | $\Vert$ $+\infty$ | $\searrow$ | $e+1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

1 — **.3** استنتاج انه من اجل كل $x$ من المجال $]2;+\infty[$ فان $f(x)\ge e+1$ :..........................................

من جدول تغيرات الدالة $f$ نستنتج ان الدالة $f$ تقبل قيمة حدية صغرى قيمتها $f(e+1)=e+1$ على المجال $]2;+\infty[$

ومنه من اجل كل $x$ من المجال $]2;+\infty[$ فان $f(x)\ge e+1$

1.5 — **.4** أنشئ $\left(C_f\right)$ في المعلم $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ على المجال $]2;10]$ :..........................................




**II.**

**1.** برهان بالتراجع انه من اجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ فان $u_n \geq e+1$ :........................................ 2

المرحلة الاولى : من اجل $n=0$ لدينا $u_0 = e^2+1>0$

المرحلة الثانية (الوراثية) : لنتفرض انه من اجل كل عدد طبيعي $k$ حيث $0 \leq k \leq n$ فان $u_k \geq e+1$

وبماان الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $\left[e+1;+\infty\right[$ فان $f(u_k) \geq f(e+1) = e+1$

منه نجد ان : $u_{k+1} \geq e+1$

اي من اجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ : $u_n \geq e+1$

**2.** أ) تبيين انه من اجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ فان: $u_{n+1} - u_n = \dfrac{(u_n-1)\left(1-\ln(u_n-1)\right)}{\ln(u_n-1)}$ :.................................. 1

ب) استنتاج اتجاه تغير المتتالية العددية $(u_n)$ :........................................ 1

لدينا من اجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ إشارة $u_{n+1}-u_n$ من إشارة المقدار $1-\ln(u_n-1)$ وبما ان $1-\ln(u_n-1) \leq 0$

فان $u_{n+1}-u_n \leq 0$ ومنه من اجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ المتتالية العددية $(u_n)$ متناقصة

ج) استنتاج ان المتتالية $(u_n)$ متقاربة، مع حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ :........................................ 2

بما ان المتتالية $(u_n)$ متناقصة و محدودة من الاسفل فانها متقاربة أي : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = l$ ، $l \in \mathbb{R}$

حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ :

لدينا : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = l$ و منه فان : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_{n+1} = l\ldots\ldots(1)$

ولنا : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_{n+1} = \lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{\ln(u_n-1)+x-1}{\ln(u_n-1)} = \dfrac{\ln(l-1)+l-1}{\ln(l_n-1)}\ldots\ldots(2)$

بماان النهاية ان وجدت فهي وحيدة ، اذن بمطابقة $(1)$ مع $(2)$ نجد ان : $(l-1)\left(1-\ln(l-1)\right)=0$

معناه ان : $(l=1)$ او $l=e+1$ )

اذن : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = e+1$