الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مجموعة $20\ en\ MATH(BAC)$ **السنة الدراسية: 2018 / 2019**

موضـــوع امتـــحان مراجـــعة للفصـــل الأوّل

الشعب: علوم تجريبية – رياضيات – تقني رياضي **المدّة: 3 ساعات**

من إعداد لغوب نـــسيـــم

التّمرين الأول:

g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1-x+e^{x-2}$

1) أ) أدرس اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها .

ب) بين أن من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x)\geq 0$.

2) لتكن f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x-1+xe^{2-x}$ (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} xe^{2-x}=0$ ثم أحسب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف .

3) ليكن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-1$ ،

بين أن (Δ) مستقيم مقارب مائل و أدرس وضعية المنحني (C) بالنسبة الى (Δ).

4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=e^{2-x}.g(x)$ ثم شكل جدول تغيراتها.

5) ليكن α عدد حقيقي حيث: $0,1<\alpha<0,2$ بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α ثم استنتج حلول المتراجحة $e^{2-x}.\geq\dfrac{1-\alpha}{\alpha}$.

6) أ) بين أن (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب كتابة معادلة المماس (T) عندها .

ب) أنشئ (C) و (Δ) و (T).

7) ناقش حسب قيم الوسيط m حلول المعادلة : $f(x)=x+m$

التمرين الثّانيّ:

من أجل كل عدد طبيعي n , نعرف المتتاليتين(u_n) و (v_n) كما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{3u_n + 1}{4} \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = \dfrac{3v_n + 1}{4} \end{cases}$$

1) أحسب الحدود u_1, u_2, u_3 ثم v_1, v_2, v_3 .
2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
- أرسم المستقيمين $(\mathcal{D})$ و(Δ) معادلتهما على الترتيب:

$$y = \frac{3x + 1}{4} \quad \text{و} \quad y = x$$

- باستعمال المستقيمين $(\mathcal{D})$ و(Δ) علم على محور الفواصل النقط A_1 ; A_2 وA_3 التي فواصلها على الترتيبu_1, u_2, u_3 وكذلك النقط B_1 ; B_2 وB_3 التي فواصلها على الترتيبv_1, v_2, v_3 .
3) نعتبر المتتالية (S_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ $(S_n) = u_n + v_n$.
أ) أحسب S_0, S_1, S_2 و S_3 ثم ضع تخمينا بخصوص المتتالية (S_n) .
ب) برهن بالتراجع أن المتتالية (S_n) ثابتة.
4) لتكن المتتالية $(d_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي $(d_n) = v_n - u_n$.
أ) أثبت أن المتتالية (d_n) هندسية ثم أكتب عبارة d_n بدلالة n .
5) باستعمال الإجابتين على 3)ب) و 4)أ) استنتج كل من u_n وv_n بدلالة n .
6) بين أن المتتاليتين (u_n) و(v_n) متقاربتان وحدد نهايتهما.

التمرين الثالث: (خاص بشعبتي الرياضيات و تقني رياضي)

(الجزء الأول ليس له علاقة بالجزء الثانى)

الجزء الأوّل:

نعتبر في $\mathbb{Z}$ المعادلة : $(E) \dots 324x - 245y = 7$

1. باستعمال خوارزمية إقليدس عيّن حلا خاصا للمعادلة (E)، ثم حل في $\mathbb{Z}$ هذه المعادلة
2. بيّن أنّه إذا كانت الثنائية (x, y) حلا للمعادلة (E)، فإنّ : $x \equiv 0[7]$
3. نضع : $PGCD(x, y) = d$.
   أ. بيّن أنّ القيم الممكنة للعدد d هي 1 و 7
   ب. عيّن كل الثنائيات (x, y) حلول المعادلة (E) بحيث $PGCD(x, y) = 7$.

الجزء الثانى:

n, b, a أعداد طبيعية غير معدومة حيث : $b = 2n^2 + n \; ; a = 2n^3 + 5n^2 + 4n + 1$

1. بيّن أنّ العدد $(2n + 1)$ قاسم مشترك للعددين a و b
2. باستعمال مبرهنة بيزو بيّن أنّ $PGCD(n, n + 1) = 1$ و $PGCD[n, (n + 1)^2] = 1$.
3. استنتج $PGCD(a, b)$.