

التمرين الأول (08 نقط):

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]1; +\infty[$  بـ:  $f(x) = 3x + 1 + \ln\left(\frac{1}{x-1}\right)$   $(c_f)$  تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أ حسب  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  وفسر النتيجة بيانيا

(2) بين أنه من أجل كل  $x \in ]1; +\infty[$   $f(x) = (x-1)\left(\frac{3x+1}{x-1} - \frac{\ln(x-1)}{x-1}\right)$  ثم استنتج  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(3) احسب  $f'(x)$  مشتقة الدالة  $f$  وادرس اتجاه تغيراتها ثم أنشئ جدول تغيراتها

(4) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة:  $y = 3x + 1$  يقطع المنحني  $(c_f)$  في نقطة يطلب تعيين إحداثيها ثم ادرس الوضعية النسبية لـ  $(c_f)$  و  $(\Delta)$

(5) بين أن  $(c_f)$  يقبل مماسا  $T$  مواز للمستقيم  $(D)$  ذو المعادلة:  $y = x$  يطلب معادلة له

(6) أنشئ  $(\Delta)$  و  $T$  و  $(c_f)$  وحدة الطول  $(1cm)$

(7) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة  $3x - \ln(x-1) + m = 0$

(II) نعتبر الدالة  $g$  المعرفة بـ:  $g(x) = 3e^x + 1 - \ln(e^x - 1)$

أ) بين أن الدالة  $g$  معرفة على المجال  $]0; +\infty[$

ب) بين ان الدالة  $g$  هي مركب دالتين يطلب عبارتهما

ت) اعتمادا على مشتقة الدالة المركبة أحسب  $g'(x)$  مشتقة الدالة  $g$  ثم استنتج اتجاه تغيرات  $g$  وأنشئ جدول تغيراتها

التمرين الثاني (06 نقط):  $(u_n)$  متتالية معرفة على  $\mathbb{N}^*$  بـ: 
$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1-n}{n(n+1)} \\ u_1 = 1 \end{cases}$$

و نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}^*$  ب:  $v_n = u_n + \frac{2}{n}$

(1) برهن أن  $(v_n)$  هي متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

(2) عبر عن  $u_n$  ثم عن  $v_n$  بدلالة  $n$

(3) احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  ماذا تستنتج؟

(4) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $s_1 = v_1^4 - v_2^4 - \dots - v_n^4$

(5) نضع  $t_n = u_n + \frac{2}{n+1}$

أ) بين أن  $t_n = v_n - \frac{2}{n(n+1)}$

ب) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $s_2 = t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_n$  لاحظ أن  $\left(\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$

التمرين الثالث (06 نقط):

كيس يحتوي على أربع كرات بيضاء تحمل الأرقام 1,1,3,3 وعلى أربع كرات خضراء تحمل الأرقام 1,2,2,3

نسحب منه على التوالي ودون إرجاع 03 كرات

(1) أحسب احتمالات الأحداث التالية

A: الكرات الثلاثة تحمل نفس الرقم

B: الكرات الثلاثة تحمل نفس اللون

C: الكرات الثلاث تحمل أرقاما مختلفة مثني مثني

(2) ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مربع الرقم الأكبر

أ) عين مجموعة قيم المتغير العشوائي  $X$  ثم اعط قانون احتماله واحسب أمله الرياضياتي

ب) احسب  $p(|X| \leq 4)$