الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية

امتحان باكالوريا التعليم الثانوي (تجريبي)

الشعبة : تقني رياضي — دورة : ماي 2017

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 04 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقط)

1) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على IN بحدها الأول $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :
$u_{n+1} = 3u_n - 2^n$

أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n \leq 0$.

ب - بين أن المتتالية (u_n) متناقصة .

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة: $v_n = 2^n - u_n$

أ - بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 3 .

ب - عبر عن v_n بدلالة n ثم u_n بدلالة n .

3) أ - أحسب $\lim_{n \to +\infty} u_n$.ماذا تستنتج؟

ب - نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_{n-1}$

بين أن من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $S_n = 2^n - \frac{1+3^n}{2}$

4) أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 5 والعدد 3^n على 4

ب – عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $2017 + (1962)^{2n} + (2967)^n \equiv 0[4]$

ج – عين قيم العدد الطبيعي n التي : $4u_n + 9v_n \equiv 1[20]$

التمرين الثاني:(04 نقط)

I) من أجل كل عدد مركب z ، نضع : $p(z) = z^3 - 13z^2 + 59z - 87$

بيّن أن العدد 3 جذرا لكثير الحدود $p(z)$ ثمّ حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة: $p(z) = 0$

II) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B و C لاحقاتها على الترتيب: $z_A = 3$ ، $z_B = 5 - 2i$ ، $z_C = \overline{z_B}$.

1) عين طبيعة المثلث ABC .

2) M نقطة من المستوي لاحقتها العدد المركب z و L عدد مركب حيث : $L = \frac{z-3}{z-5+2i}$

مع $z \neq 5 - 2i$

أ- أعط تفسيرا هندسيا لعمدة العدد المركب L .

ب - عيّن (E) مجموعة النقط M ذات اللّاحقة z التي من أجلها يكون L عددا حقيقيا سالبا تماما.

3) لتكن (C) الدائرة المحيطة بالمثلث ABC و Ω النقطة ذات اللاحقة $2-i$.

أ- أكتب العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه Ω ، زاويته $(-\frac{\pi}{2})$ ونسبته 2 .

ب -عين (C') صورة الدائرة (C) بالتشابه المباشر S .

التمرين الثالث:(05 نقط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(4;2;2)$ ، $B(5;-2;3)$ و $C(1;1;1)$ والمستقيم (Δ) المعرف بالتمثيل الوسيطي:

$$\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 1+t \\ z = 1+2t \end{cases} \quad ; \quad t \in R$$

(P) هو المستوي الذي يمر بالنقطة A و عمودي على المستقيم (Δ)

1) أ - أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P)

ب- تحقق أن النقطة B تنتمي إلى المستوي (P) و أن النقطة C لا تنتمي إلى (P)

2) أ - تحقق أن النقطة C تنتمي إلىالمستقيم (Δ) و أن النقطة A لاتنتمي إلى المستقيم (Δ)

ب - عين إحداثيات النقطة D المسقط العمودي للنقطة C على المستوي (P)

3) أ - بين أن النقط A, B, C و D ليست من نفس المستوي

ب-عين طبيعة المثلث ABD ثم احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$

4) عين مركزي سطحي الكرتين اللذين يمسان المستوي (P) في النقطة D و نصف قطر كل منهما 3

5) m عدد حقيقي و (P_m) المستوي المعرف بالمعادلة $mx-2(m-1)y-z+m-1=0$

أثبت أنه من اجل كل قيمة للعدد الحقيقي m جميع المستويات (P_m) تشمل مستقيما ثابتا (d)، يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له.

التمرين الرابع:(07 نقط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 1 + 4x\,e^{2x}$

1) أدرس اتجاه تغيرالدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2) بين أن من أجل كل عدد حقيقي x: $g(x) \succ 0$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على R كما يلي : $f(x) = (2x-1)e^{2x} + x + 1$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\| = 2cm$

1) أ - أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ وبيّن أن $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$.

ب- بين أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

2) أ- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x + 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$

ب - أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

3) أ - بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثياتها.

ب - أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

4) أرسم (Δ) و (T) ثم المنحنى (C_f) .

5) أ - باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب : $\int_0^{\frac{1}{2}} (2x-1)e^{2x}dx$

ب – أحسب بـــ: cm^2 مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (T)

والمستقيمين الذين معادلتيهما : $x = \frac{1}{2}$ و $x = 0$

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقاط)

فيالفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$نعتبر النقط: $A(1;0;0)$ ، $B(0;2;0)$ ، $C(0;0;2)$

و $\Omega(\frac{1}{2};1;1)$ و H المسقط العمودي للنقطة Ω على المستوي (ABC)

1)- عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

2)- أوجد تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(H\Omega)$ثم حدد إحداثيات النقطة H.

3)- نعتبر سطح الكرة (S_λ) التي مركزها Ω وطول نصف قطرها λ حيث λ عدد حقيقي موجب تماما

أ - أعط معادلة ديكارتية لــ (S_λ).

ب - عين قيمة λ في الحالتين :

- المستوي (ABC) مماسا لسطح الكرة (S_λ).
- تقاطع المستوي (ABC) وسطح الكرة (S_λ) هو الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

التمرين الثاني :(04 نقط)

1)نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E): $414x - 1170y = 72$

أ- عين القاسم المشترك الأكبر للأعداد 1170 ، 414 و 72 .

ب- بين أنه اذا كانت الثنائية (x,y) من الأعداد الصحيحة حلا للمعادلة (E) فان : $y \equiv 1[23]$.

جـــ- استنتج حلول المعادلة (E).

2) N عدد طبيعي يكتب $\overline{\alpha\beta0\alpha\beta}$ في نظام التعداد الذي أساسه 5 ،ويكتب $\overline{\beta\alpha200}$ في نظام التعداد الذي أساسه 6 .عين α و β ، ثم أكتب N في النظام العشري .

3) أ- حلل العدد 2968 إلى جداء عوامل أولية واستنتج الأعداد الطبيعية التي مربعاتها تقسم 2968

ب- نضع : $m = ppcm(a,b)$ و $d = p\gcd(a,b)$

- عين الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية بحيث : $m^2 - 42d^2 = 2968$

التمرين الثالث : (05 نقط)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقط A ، B, J و K

التي لواحقها على الترتيب : $z_A = 1+i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_J = i\sqrt{2}$ و $z_K = e^{i\frac{3\pi}{4}}$

لتكن النقطة L نظيرة J بالنسبة إلى K

1) بين أن لاحقة النقطة L تساوي $(-\sqrt{2})$

2) أثبت أن A ، B , J و L تنتمي إلى نفس الدائرة (C) يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .

3) نعتبر النقطة D لاحقتها $z_D=-z_B$ ونعتبر الدوران R الذي مركزه المبدأ O ويحول النقطة إلى D .

أ – عين قيسا لزاوية الدوران R

ب- عين لاحقة النقطة L صورة C بالدوران R ثم حدد طبيعة الرباعي $ABCD$ مع التعليل.

4) نعتبر التحويل النقطي T المعرف بـــ : $T=R\circ H$ حيث H هو التحاكي الذي نسبته $\sqrt{2}$ ومركزه O.

-حدّد طبيعة التحويل T ثم عين عناصره المميزة .

5) عيّن (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللواحق z التي تحقق: $|z-z_A|=|\overline{z}-2z_k|$

حيث $\overline{z}$ مرافق z.

التمرين الرابع : (07 نقط)

1) لتكن g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي $g(x)=e^{x-1}-x$

أ - أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و تحقق أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$

ب - أدرس إتجاه تغيّر الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

جـــ - أستنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x.

2) لتكن f دالة معرفة على $R-\{1\}$ ب: $f(x)=1+\ln(e^{x-1}-x)$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ - أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها.

ب- بين أن: $f'(x)=\dfrac{e^{x-1}-1}{e^{x-1}-x}$ من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1.

جـــ- استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

4) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,75<\alpha<1,76$

5) أحسب $f(0)$ و $f(-3)$ ثم أنشئ المنحنى (C_f).

6) ليكن n عدد طبيعي .

أ - أحسب $I_n=\int_n^{n+1}\left[x+g(x)\right]dx$

ب - بين أن (I_n) متتالية هندسية يطلب أساسها و حدها الأول I_0.

جـــ - احسب المجموع: $S_n=I_0+I_1+....+I_n$ بدلالة n ثم أحسب نهاية S_n.

بالتوفيق