الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانوية الشيخ أمود ولاية تمنراست

امتحان بكالوريا تجريبي التعليم الثانوي — دورة : مايو 2019

الشعبة : رياضيات + تقني رياضي

اختبار في مادة الرياضيات — المدة 4 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الأتيين

الموضوع الأول

التمرين الأول (04 نقاط)

نعتبر المعادلة (E)......$7x-3y=10$ ذات المجهول $(x;y)$ حيث x ; y عددين صحيحين.

1) عين الحل الخاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة الذي يحقق $\begin{cases} x_0-1\equiv 0[3] \\ -2<x_0<4 \end{cases}$

ثم حل المعادلة (E).

2) بفرض أن الثنائية $(x;y)$ حل المعادلة (E) حيث x ; y عددان طبيعيان .

عين مجموعة الأعداد الطبيعية n التي تحقق الجملة $\begin{cases} 2^x+y+n^2-2\equiv 0[7] \\ 0<n<18 \end{cases}$

3) جد الثنائية الوحيدة $(x;y)$ حل المعادلة (E) بحيث المضاعف المشترك الأصغر للعددين x ; y هو 2139

التمرين الثاني (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقط $A(4;2;2)$ و $B(5;-2;3)$ و $C(1;1;1)$ و المستقيم (Δ) المعرف بالتمثيل الوسيطي $t\in IR$: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1+t \\ z=1+2t \end{cases}$.

(P) المستوي الذي يمر من النقطة A و عمودي على المستقيم (Δ).

1. أ.أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P)

ب. تحقق أن النقطة B تنتمي إلى المستوي (P) و أن النقطة C لا تنتمي إلى المستوي (P) .

ج.تحقق أن النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ) و أن النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم (Δ) .

2. أ. عين إحداثيات النقطة D المسقط العمودي للنقطة C على المستوي (P) .

ب.بين أن النقط A ; B ; C ; D ليست من نفس المستوي .

ج.عين طبيعة المثلث ABD ثم أحسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

3. عين مركز سطحي الكرتين اللذين يمسان المستوي (P) في النقطة D و نصف قطر كل منهما 3 .

4. m عدد حقيقي و (P_m) المستوي المعرف بمعادلته $mx-2(m-1)y-z+m-1=0$ أثبت أن جميع المستويات (P_m) تشمل مستقيم ثابتاً (يطلب تعيين تمثيل وسيطي له) و ذلك مهما يكن الوسيط الحقيقي m

التمرين الثالث (05 نقاط)

ليكن α عدد حقيقي من المجال $[0;\pi]$ و z عدد مركب نعتبر كثير $P(z)$ معرف كما يلي:

$$P(z)=z^3-(1-2\sin\alpha)z^2+(1-2\sin\alpha)z-1$$

1. احسب $P(1)$ ثم استنتج انه يوجد عددين حقيقين a و b يطلب تعيينهما بحيث: $P(z)=(z-1)(z^2+az+b)$.
2. حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الأعداد المركبة المعادلة $P(z)=0$.
3. أكتب حلول المعادلة $P(z)=0$ على الشكل المثلثي ثم على الشكل الآسي.
4. في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\overrightarrow{u};\overrightarrow{v})$ نعتبر النقط A ; B ; C لواحقها على الترتيب

$$z_A=1 \text{ و } z_B=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i \text{ و } z_C=\overline{z_B}$$

أ- علم النقط A ; B ; C ما **طبيعة** المثلث ABC ؟

ب- لتكن النقطة D نظيرة O بالنسبة **إلى النقطة** B و ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه O و يحول C إلى D .

عين العناصر المميزة للتشابه المباشر S .

5. أكتب العدد المركب $\left(\frac{1}{-z_B}\right)$ على الشكل ألأسي ثم عين مجموعة الأعداد الطبيعية n حتى يكون $\left(\frac{1}{-z_B}\right)^n$ عددا حقيقيا سالبا .

التمرين الرابع (07 نقاط) :

I - نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=-2+(-x+2)e^{-x+2}$

1. أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1{,}14<\alpha<1{,}15$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II - نعتبر f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=-2x+(x-1)e^{-x+2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j})$.

1. أحسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$
2. أ.بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-2x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب .ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

3. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
4. أنشئ (Δ) و (C_f) على المجال $[0;+\infty[$ (تعطى $f(\alpha)=-1{,}95$)
5. لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $h(x)=(x-1)e^{-x+2}$ باستخدام التكامل بالتجزئة عين دالة أصلية للدالة h ثم استنتج حساب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $x=0$ و $x=1$ و $y=-2x$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول (04 نقاط) خاص بشعبة التقني رياضي

تتكون مجموعة من ثمانية رجال و أربع نساء من بينهم رجل أسمه عبد القادر و امرأة واحدة اسمها هاجر .

نريد تكوين لجنة مشكلة من ثلاث أعضاء لهم نفس المهام .

1. أحسب احتمال كل من الأحداث التالية : A " اللجنة تضم ثلاث رجال " B " اللجنة تضم رجل و إمرتين "
C " اللجنة تضم عبد القادر " D " اللجنة تضم إما هاجر أو عبد القادر "
2. ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل اختيار بعدد الرجال في اللجنة المكونة .
عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X ثم عرف قانون احتماله ثم احسب أمله ألرياضياتي.

التمرين الأول (04 نقاط) خاص بشعبة الرياضيات

اجريت دراسة إحصائية على عدد من التلاميذ الذين يملكون هواتف نقالة و حواسب بإحدى الثانويات فكانت نتائج الدراسة الاحصائية كما يلي : 70% من التلاميذ يملكون هواتف نقالة

احتمال ان يكون التلميذ يملك حاسوب علما أنه يملك هاتف نقال هو $\frac{1}{16}$ و احتمال ان يكون التلميذ لا يملك حاسوب علما أنه لا يملك هاتف نقال هو $\frac{3}{14}$.

نرمز إلى T حادثة " التلميذ يملك هاتف نقال " و M حادثة " التلميذ يملك حاسوب "

1. شكل شجرة الاحتمال التي تنمذج هذه الوضعية .
2. أحسب احتمال أن يملك التلميذ هاتف نقال و حاسوب $P(T \cap M)$.
3. أحسب احتمال أن يملك التلميذ حاسوب $P(M)$.
4. أحسب احتمال ان يملك التلميذ هاتف نقال و لا يملك حاسوب $P(T \cap \overline{M})$ ثم استنتج $P_{\overline{M}}(T)$.

التمرين الثاني (04 نقاط)

نعتبر (u_n) متتالية المعرفة بـ $u_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1$

1 - أحسب الحدود u_1 , u_2 ; u_3 ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغيرات المتتالية (u_n)

2 - أ-برهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n \leq n+3$.

ب-ادرس اتجاه تغيرات المتتالية (u_n)

ج-استنتج ان (u_n) محدودة من الأسفل هل يمكن القول أن (u_n) متقاربة ؟

3 - نعتبر (v_n) متتالية المعرفة بالعلاقة : $v_n = u_n - n$

أ - برهن أن المتتالية (v_n) هي متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الأول و أساسها .

ب -عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n و أحسب نهاية المتتالية (u_n)

ج-احسب بدلالة n المجموع $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$

4 - لتكن (t_n) متتالية المعرفة على $\mathbb{N}$: $t_n = \ln(v_n)$

أ. برهن أن (t_n) المتتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

ب. أحسب بدلالة n المجموع $A_n = t_0 + t_1 + t_2 + ... + t_n$ و استنتج بدلالة n الجداء $p_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times ... \times v_n$

التمرين الثالث (05 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O; \overrightarrow{u}; \overrightarrow{v}\right)$ و النقطتين A و B لاحقتيهما $z_A = 4+2i$ و $z_B = 3-i$

1. أكتب على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلثي العدد المركب $\frac{z_B - z_A}{z_B}$ ثم أستنتج طبيعة المثلث ABO .
2. نعتبر التحويل النقطي r في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' والذي يحول النقطة A إلى B ويحول النقطة B إلى O .
   أ. بيّن أنّ العبارة المركبة للتحويل النقطي r هي $z' = -iz + 1 + 3i$.
   ب. عيّن طبيعة التحويل r و عناصره المميزة .
   ج.عيّن z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة O بالتحويل r
3. أستنتج طبيعة الرباعي $ABOC$
4. عيّن مجموعة النقط M من المستوي لاحقتها z حيث $|z-4-2i| = |z|$
5. من أجل $z \neq 2+i$ نضع $L = \frac{z'-2-i}{z-2-i}$
   أ. بيّن أنّ : $L = -i$.
   ب. عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون L^n عددًا حقيقيًا .
   ج.بيّن أنّ $(z'-2-i)^2 + (z-2-i)^2 = 0$

التمرين الرابع (07 نقاط) :

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{\ln(x+1)+|x|}{x+1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j}\right)$ (وحدة الطول 2cm)

1. أحسب : $\lim_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجتين بيانيا
2. أ- أحسب $f'(x)$ من أجل $x \in]-1; 0[$ ثم أستنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1; 0[$
   ب-أحسب $f'(x)$ من أجل $x \in]0; +\infty[$ ثم أستنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$
3. أحسب $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{f(x)}{x}$ و $\lim_{x \xrightarrow{<} 0} \frac{f(x)}{x}$ هل f قابلة للاشتقاق عند 0 ؟
4. أكتب معادلتي المماسين لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0
5. شكل جدول تغيرات f
6. أحسب $f(e-1)$ ثم أنشئ (C_f)
7. أوجد دالة أصلية للدالة f على المجال $[0,+\infty[$ ثم أستنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل والمستقيمين ذا المعادلتين : $x = 0$ و $x = e^2 - 1$

انتهى الموضوع الثاني

التمرين الأول (04 نقاط)

نعتبر المعادلة (E)......$7x-3y=10$ ذات المجهول $(x;y)$ حيث $x\ ;\ y$ عددين صحيحين.

1) تعين الحل الخاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة الذي يحقق $\begin{cases}x_0-1\equiv 0[3]\\-2<x_0<4\end{cases}$ يكافئ $\begin{cases}x_0\equiv 1[3]\\-2<x_0<4\end{cases}$ يعني أن

$\begin{cases}x_0=1+3k\ :\ k\in Z\\-2<x_0<4\end{cases}$ أي أن $\begin{cases}x_0=1+3k\ :\ k\in Z\\-2<1+k<4\end{cases}$ و منه $\begin{cases}x_0=1+3k\ :\ k\in Z\\-3<k<3\end{cases}$ بتعويض

$k=$	-2	-1	0	1	2
$x_0=$	-5	-2	1	4	7
$y_0=$	-15	-8	-1	6	13

نختار واحد من الحلول الخاصة و ليكن $(4;6)$ .... (1)

حل المعادلة (E) لدينا $\begin{cases}7x-3y=10\\7(4)-3(6)=10\end{cases}$ بالطرح نجد $7(x-4)=3(y-6)$ و العددان 3 و 7 أوليان فيما بينهما فحسب مبرهنة قوس نجد أن $k\in Z$: $\begin{cases}x-4=3k\\y-6=7k\end{cases}$ و منه $k\in Z$: $\begin{cases}x=4+3k\\y=6+7k\end{cases}$

مجموعة الحلول $S=\{(4+3k;6+7k):k\in Z\}$.. (1)

2) بفرض أن الثنائية $(x;y)$ حل المعادلة (E) حيث $x\ ;\ y$ عددان طبيعيان .

تعين مجموعة الأعداد الطبيعية n التي تحقق الجملة $\begin{cases}2^x+y+n^2-2\equiv 0[7]\\0<n<18\end{cases}$ أي أن $\begin{cases}2^{4+3k}+6+7k+n^2-2\equiv 0[7]\\0<n<18\\k\in N\end{cases}$ أي أن

$\begin{cases}2^{4+3k}+n^2+4\equiv 0[7]\\0<n<18\\k\in N\end{cases}$ و لدينا $2^3=1[7]$ و منه $\begin{cases}2+n^2+4\equiv 0[7]\\0<n<18\\k\in N\end{cases}$ أي أن $\begin{cases}n^2\equiv 1[7]\\0<n<18\\k\in N\end{cases}$ و منه $\begin{cases}n^2\equiv 1[7]\\0<n<18\end{cases}$

$n=$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
$n^2\equiv$	1	4	2	1	4	1	0	1	4	2	1	4	1	0	1	4	2	$[7]$

القيم هي $1;\ 4;6;\ 8;11;13;\ 15$ .... (1)

3) إيجاد الثنائية الوحيدة $(x;y)$ حل المعادلة (E) بحيث المضاعف المشترك الأصغر للعددين $x\ ;\ y$ هو 2139 لدينا $2139=3\times 23\times 31$ و العددان $4+3k\ ;\ 6+7k$ قاسمان للعدد 2139 و قواسم 2139 هي 1 و 3 و 23 و 31 و 69 و 93 و 713 و 2139 :

$4+3k=1$ يعني أن $k=-1$ و منه $\begin{cases}x=1\\y=15\end{cases}$ و 15 ليست قاسم للعدد 2139 إذن الحل مرفوض

$4+3k=31$ يعني أن $k=9$ و منه $\begin{cases} x=31 \\ y=39 \end{cases}$ و $PPCM(39;31)=2139$ و منه $(x;y)=(31;\ 39)$ هي الثنائية الوحيدة..(1)

و $4+3k=23$ ليس لها حل صحيح و $4+3k=69$ ليس لها حل صحيح و $4+3k=3$ ليس لها حل صحيح و

$4+3k=93$ ليس لها حل صحيح و $4+3k=713$ ليس لها حل صحيح و $4+3k=2139$ ليس لها حل صحيح .

التمرين الثاني (04 نقاط)

1. أ. كتابة معادلة ديكارتية للمستوي (P) : شعاعه الناظمي هو $\overrightarrow{n}(2;1;2)$ معادلته من الشكل $2x+y+2z+d=0$ و بما أن A نقطة منه فإن $2(4)+2+2(2)+d=\mathbf{0}$ و منه $d=-14$ إذن $2x+y+2z-14=0$ ....(0,5)

ب. التحقق أن النقطة B تنتمي إلى المستوي (P) : $2(5)+(-2)+2(3)-14=0$ محققة ومنه $B\in(P)$

و أن النقطة C لا تنتمي إلى المستوي (P) : $2(1)+2(1)+2(1)-14=0$ غير محققة و منه $C\notin(P)$..................$2\times(0,25)$

ج. التحقق أن النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ) : تنتمي لأنه من أجل $t=0$ في التمثيل الوسيطي نجد $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$............(0,25)

النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم (Δ) : $\begin{cases} \mathbf{4=1+2}t \\ \mathbf{2=1+}t \\ 2=1+2t \end{cases}$ يعني أن $\begin{cases} t=\frac{3}{2} \\ t=1 \\ t=\frac{1}{2} \end{cases}$ و منه A لا تنتمي إلى المستقيم (Δ)...............(0,25)

2. أ. تعيين إحداثيات النقطة D المسقط العمودي للنقطة C على المستوي (P) : لتكن $D(x;y;z)$ و هي تنتمي إلى (P) أي أن

$2x+y+2z-14=0$ و $\overrightarrow{CD}(x-1;y-1;z-1)$ مرتبط خطيا مع $\overrightarrow{n}(2;\ \mathbf{1};\ \mathbf{2})$ أي أن $\begin{cases} 2x+y+2z-14=0 \\ \frac{x-1}{2}=y-1 \\ y-1=\frac{z-1}{2} \end{cases}$ يكافئ

و منه $\begin{cases} 2x+y+2z-14=0 \\ \frac{x-1}{2}=\frac{z-1}{2} \\ y-1=\frac{z-1}{2} \end{cases}$ و منه $\begin{cases} 2x+y+2z-14=0 \\ x=z \\ z=2y-1 \end{cases}$ إذن $\begin{cases} 2(2y-1)+y+2(2y-1)-14=0 \\ x=z \\ z=2y-1 \end{cases}$ $9y-18=0$

و منه $y=2$ إذن $x=z=3$ و منه $D(3;2;3)$..................................(0,5)

ب. إثبات أن النقط D ; C; B ; A ليست من نفس المستوي : بما ان النقط D ; B ; A تنتمي إلى المستوي (P) و النقطة C لا تنتمي للمستوي (P) فإن النقط D ; C; B ; A ليست من نفس المستوي . ...(0,25)

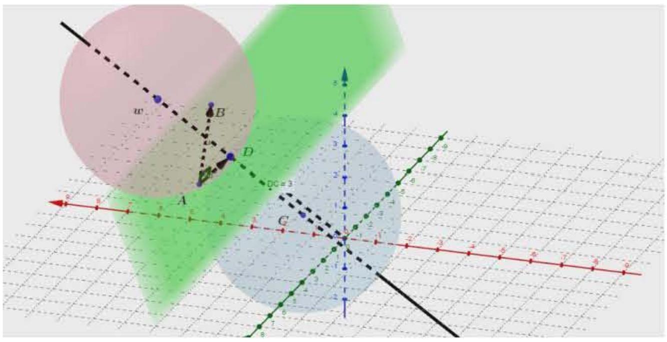
ج. تعيين طبيعة المثلث ABD لدينا $\overrightarrow{AB}(1;-4;1)$ و $\overrightarrow{AD}(-1;0;1)$ و منه $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}=0$

و منه المثلث ABD قائم في A ....(0,25)

حساب حجم رباعي الوجوه $ABCD$: مساحة المثلث ABD هي $S=\frac{AB\times AD}{2}=\frac{\sqrt{18}\times\sqrt{2}}{2}=3$ ....(0,25)

هو $v=\frac{S\times CD}{3}=\frac{3\times 3}{3}=3$ الحجم هو 3 وحدة حجم..(0,25)

3. تعيين مركز سطحي الكرتين اللذين يمسان المستوي (P) في النقطة D و نصف قطر كل منهما 3 و ليكن احدهما $w(x_0;y_0;z_0)$



أي أن $wD=3$ و الشعاع $\overrightarrow{wD}$ و $\overrightarrow{n}(2;1;2)$ مرتبطان خطياً

يكافئ $(x_0-3)^2+(y_0-2)^2+(z_0-3)^2=9$ و

$\dfrac{x_0-3}{2}=\dfrac{y_0-2}{1}=\dfrac{z_0-3}{2}$ و منه

$4(y_0-2)^2+(y_0-2)^2+4(y_0-2)^2=9$ أي أن $(y_0-2)^2=1$

و منه $y_0=3$ او $y_0=1$

لما $y_0=3$ فإن $x_0=5$ و $z_0=5$ و لما $y_0=1$ فإن

$x_0=1$ و $z_0=1$

المركزين هما $C(1;1;1)$ و $w(5;3;5)$..$2\times(0{,}25)$

4. m عدد حقيقي و (P_m) المستوي المعرف بمعادلته $mx-2(m-1)y-z+m-1=0$ أثلبت أن جميع المستويات (P_m) تشمل مستقيم ثابتاً $mx-2(m-1)y-z+m-1=0$ يكافئ $m(x+2y+1)+2y-z-1=0$ مستقلة عن m يعني الجملة $\begin{cases}x+2y+1=0\\2y-z-1=0\end{cases}$

تعين مستقيم لأنها للمستويين غير متوازيان..$(0{,}25)$

نضع $\begin{cases}x+2y+1=0\\y=t\\2y-z-1=0\end{cases}$ و منه $t\in R:$ $\begin{cases}x=-2t-1\\y=t\\z=2t-1\end{cases}$ هو التمثيل الوسيطي المطلوب...................................$(0{,}25)$.

التمرين الثالث (05 نقاط)

1. حساب $P(1)$ نجد $P(1)=0$ ....$(0{,}25)$

استنلتج انه يوجد عددين حقيقين a و b يطلب تعينهما بحيث : $P(z)=(z-1)(z^2+az+b)$ بالتحليل نجد

$P(z)=(z-1)(z^2+2\sin\alpha.z+1)$..$(0{,}5)$

2. حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الأعداد المركبة المعادلة $P(z)=0$ يكافئ $\begin{cases}z=1\\z^2+2\sin\alpha.z+1=0\end{cases}$..............................$(0{,}25)$

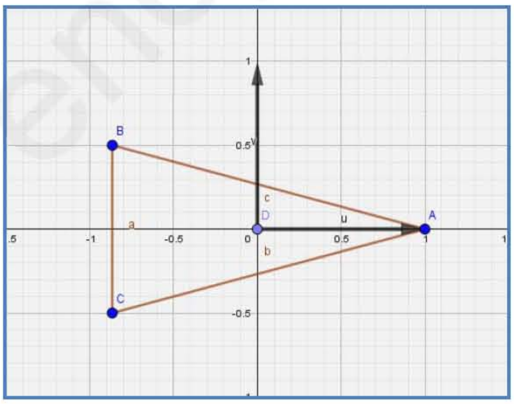
نحل $z^2+2\sin\alpha.z+1=0$ حساب المميز $\Delta=4\sin^2\alpha-4=-4\cos^2\alpha$ للمعادلة حلين هما $z_1=-\sin\alpha+i\cos\alpha$

و $z_2=-\sin\alpha-i\cos\alpha$..$2\times(0{,}25)$

3. كتابة حلول المعادلة $P(z)=0$ على الشكل المثلثي $z_1=i(\cos\alpha+i\sin\alpha)=\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(\alpha+\dfrac{\pi}{2}\right)$ و

$z_2=-i(\cos\alpha-i\sin\alpha)=\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha\right)+i\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha\right)$.

الشكل الآسي : $z_1=e^{\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)i}$ و $z_2=e^{\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)i}$..$2\times(0{,}5)$



4. نعتبر النقط A ; B ; C لواحقها على الترتيب $z_A=1$ و

$z_B=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i$ و $z_C=\overline{z_B}$

أ - تعليم النقط A ; B ; C ....$3\times(0{,}25)$

طبيعة المثلث ABC هو مثلث متساوي الساقين

لأن $AB=AC$..$(0{,}25)$

ب -لتكن النقطة D نظيرة O بالنسبة إلى النقطة B و ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه O و يحول C إلى D .

$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{OB}$ يعني أن $z_D=2z_B$ أي $z_D=-\sqrt{3}+i$ .... $(0{,}25)$

تعيين العناصر المميزة للتشابه المباشر S : لدينا $\frac{z_D-z_O}{z_C-z_O}=\frac{2z_B}{\overline{z_B}}=\frac{2(z_B)^2}{1}=2\left(\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ و $z_B=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ و

$\left|\frac{z_D}{z_C}\right|=2$ و $\arg\left(\frac{z_D}{z_C}\right)=-\frac{\pi}{6}$ منه التشابه S نسبته 2 و زاويته $-\frac{\pi}{6}$ .... $3\times(0{,}25)$

5. كتابة العدد المركب $\left(\frac{1}{-z_B}\right)$ على الشكل الأسي $\left(\frac{1}{-z_B}\right)=e^{\frac{\pi}{6}i}$ .... $(0{,}25)$

تعيين مجموعة الأعداد الطبيعية n حتى يكون $\left(\frac{1}{-z_B}\right)^n$ عددا حقيقيا سالبا يعني أن $\arg\left(\left(\frac{1}{-z_B}\right)^n\right)\equiv\pi[2\pi]$ أي أن

$\frac{n\pi}{6}\equiv\pi[2\pi]$ و منه $\frac{n}{6}\equiv1[2]$ أي أن $n\equiv6[12]$ إذن $n=12k+6\ :\ k\in\mathbb{N}$ .... $(0{,}25)$

التمرين الرابع (07 نقاط) :

I - نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=-2+(-x+2)e^{-x+2}$

1. دراسة تغيرات الدالة g : النهايات : $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[-2-xe^{-x}\right]=-2$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=+\infty$ .... $2\times(0{,}25)$

المشتقة $\mathbf{g'}(x)=(x-3)e^{-x+2}$ موجبة على المجال $]3\ ;+\infty[$ و منه الدالة g متزايدة على هذا المجال و سالبة على المجال $]-\infty\ ;3[$ و منه الدالة g متناقصة على هذا المجال... $2\times(0{,}5)$

جدول تغيراتها:................................. **(0,5)**

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-2-\frac{1}{e}$	$\nearrow$	-2

2. إثبات أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1{,}14<\alpha<1{,}15$: بما أن
$g(1{,}15)=-0{,}01$ و $g(1{,}14)=0{,}03$ و
الدالة مستمرة و متناقصة على المجال $[1{,}14;\ 1{,}15]$
فحسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α .... $(0{,}5)$

استنتاج حسب قيم x إشارة $g(x)$: $g(x)$ موجبة على المجال $]-\infty;\alpha[$
و سالبة على المجال $]\alpha;+\infty[$.. **(0,5)**

II - نعتبر f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=-2x+(x-1)e^{-x+2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. حساب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}x\left[-2+\frac{x-1}{x}e^{-x+2}\right]=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(-2x)=-\infty$ .... **2×(0,5)**

2. أ.إثبات أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-2x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f): لدينا

$\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)+2x]=\lim\limits_{x\to+\infty}(x-1)e^{-x+2}=0$ و منه محققة... $(0{,}25)$

ب .دراسة الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) : $f(x)-y=[f(x)+2x]=(x-1)e^{-x+2}$

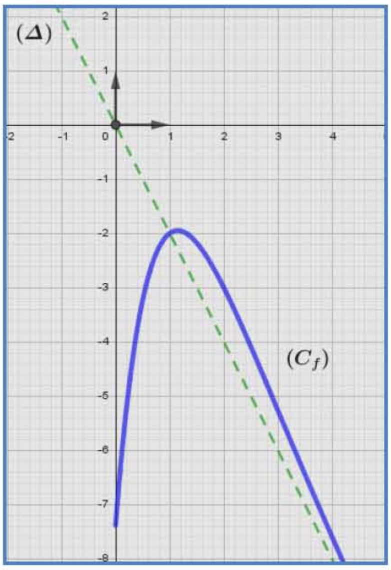
اشارة الفرق من إشارة $x-1$ و منه (C_f) يقع فوق (Δ) على المجال $]1;+\infty[$ و (C_f) يقع تحت (Δ) على المجال $]-\infty;1[$ و يتقاطع في النقطة ذات الفاصلة 1 ....(0,5)

3. إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x)$: لدينا $f'(x)=-2+e^{-x+2}-(x-1)e^{-x+2}$ أي أن $f'(x)=-2+(-x+2)e^{-x+2}=g(x)$ شارتها من إشارة $g(x)$...(0,5)

جدول تغيرات الدالة f........................(0,5)

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(\alpha)$	↘	$-\infty$

4. إنشاء (Δ) و (C_f) على المجال $[0;+\infty[$ (تعطى $f(\alpha)=-1{,}95$)..(0,75)



5. لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $h(x)=(x-1).e^{-x+2}$ باستخدام التكامل بالتجزئة تعين دالة أصلية للدالة h : $\int_0^x h(t)dt=\left[-(t-1).e^{-t+2}\right]_0^x+\int_0^x e^{-t+2}dt$ أي أن

و منه $\int_0^x h(t)dt=\left[-(t-1)e^{-t+2}-e^{-t+2}\right]_0^x=\left[-te^{-t-2}\right]_0^x$ $\int_0^x h(t)dt=-xe^{-x+2}$

الدالة الأصلية H حيث $H(x)=-xe^{-x+2}$........................(0,25)

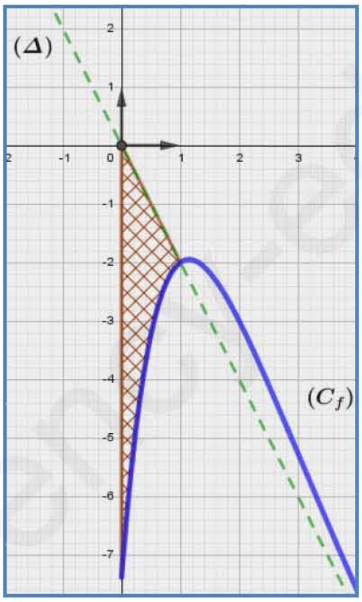
استنتاج حساب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلتها $x=0$ و $x=1$ و $y=-2x$

نحسب التكامل

$$\int_0^1[-2x-f(x)]dx=-\int_0^1(x-1)e^{-x+2}dx=-[H(x)]_0^1=e$$

و منه المساحة هي $e\ u.a$..............................(0,25)

المساحة هي التكامل مضروب في وحدة مساحة



انتهى الموضوع الأول

التصحيح المفصل الموضوع الثاني

التمرين الأول (04 نقاط) خاص بشعبة التقني رياضي

تتكون مجموعة من ثمانية رجال و أربع نساء من بينهم رجل أسمه عبد القادر و امرأة واحدة اسمها هاجر .

نريد تكوين لجنة مشكلة من ثلاث أعضاء لهم نفس المهام .

1. حساب احتمال كل من الأحداث التالية : نحسب عدد الحالات الممكنة الكلية $C_{12}^{3}=220$ ....$(0,5)$

A " اللجنة تضم ثلاث رجال " $P(A)=\frac{C_8^3}{220}=\frac{56}{220}=\frac{14}{55}$ ....$(0,25)$

B " اللجنة تضم رجل و إمرتين " $P(B)=\frac{C_8^1\times C_4^2}{220}=\frac{48}{220}=\frac{12}{55}$..$(0,25)$

C " اللجنة تضم عبد القادر " $P(C)=\frac{C_{11}^2}{220}=\frac{55}{220}=\frac{1}{4}$...$(0,25)$

D " اللجنة تضم إما هاجر أو عبد القادر " $P(D)=\frac{C_{10}^2+C_{10}^2}{220}=\frac{90}{220}=\frac{9}{22}$.........................$(0,25)$

2. ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل اختيار بعدد الرجال في اللجنة المكونة .

القيم الممكنة للمتغير العشوائي X هي 0 و 1 و 2 و 3 ....(1)

تعريف قانون احتمال $P(X=0)=\frac{C_4^3}{220}=\frac{4}{220}$ و $P(X=1)=\frac{C_8^1\times C_4^2}{220}=\frac{48}{220}$ و $P(X=2)=\frac{C_8^2\times C_4^1}{220}=\frac{112}{220}$ و

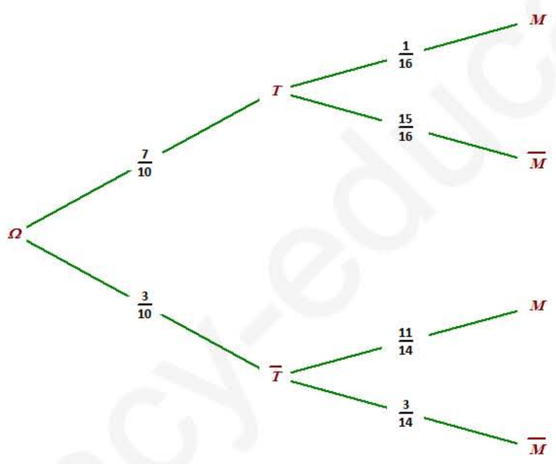
$P(X=3)=\frac{C_8^3}{220}=\frac{56}{220}$...$(1)$

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{4}{220}$	$\frac{48}{220}$	$\frac{112}{220}$	$\frac{56}{220}$

حساب أمل ألرياضياتي $E(X)=\frac{0+48+224+168}{220}=2$ ....$(0,5)$

التمرين الأول (04 نقاط) خاص بشعبة الرياضيات

1. شجرة الاحتمال التي تمذج هذه الوضعية ....(1)



2. حساب احتمال أن يملك التلميذ هاتف نقال و حاسوب

(1).............$P(T\cap M)=\frac{7}{10}\times\frac{1}{16}=\frac{7}{160}$

3. حساب احتمال أن يملك التلميذ حاسوب

(1).............$P(M)=P(M\cap T)+P(M\cap\overline{T})=P(M\cap T)+P(\overline{T})\times P_{\overline{T}}(M)=\frac{7}{160}+\frac{3}{10}\times\frac{11}{14}=\frac{313}{1120}=0{,}28$

4. حساب احتمال إن يملك التلميذ هاتف نقال و لا يملك حاسوب $P(T\cap\overline{M})=\frac{7}{10}\times\frac{15}{16}=\frac{21}{32}=0{,}65625$ ....$(0{,}5)$

استنتاج $P_{\overline{M}}(T)=\dfrac{P(T\cap\overline{M})}{P(\overline{M})}$ لدينا $P(\overline{M})=1-P(M)=1-\dfrac{313}{1120}=\dfrac{807}{1120}$ و منه

$$P_{\overline{M}}(T)=\dfrac{\left(\dfrac{21}{32}\right)}{\left(\dfrac{807}{1120}\right)}=\dfrac{21\times1120}{32\times807}=\dfrac{23520}{25824}=\dfrac{245}{269}=0{,}91 \text{ ....} (0{,}5)$$

التمرين الثاني (04 نقاط) :

نعتبر (u_n) متتالية المعرفة بـ $u_0=2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\dfrac{2}{3}u_n+\dfrac{1}{3}n+1$

1 - حساب الحدود u_1 , u_2 ; u_3 : $u_1=\dfrac{2}{3}u_0+0+1=\dfrac{4}{3}+1=\dfrac{7}{3}$ و $u_2=\dfrac{2}{3}u_1+\dfrac{1}{3}+1=\dfrac{14}{9}+\dfrac{4}{3}=\dfrac{14+12}{9}=\dfrac{26}{9}$

و $u_3=\dfrac{2}{3}u_2+\dfrac{1}{3}(2)+1=\dfrac{52}{27}+\dfrac{2}{3}+1=\dfrac{52+18+27}{27}=\dfrac{97}{27}$ .... $3\times(0{,}25)$

اتجاه تغيرات المتتالية (u_n) : **المتتالية** متزايدة.. $(0{,}25)$

2 - أ-البرهان بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n\le n+3$: لدينا $u_0\le 3$ محققة .... $(0{,}25)$

نفرض أن $u_n\le n+3$ صحيحة و لنبرهن أن $u_{n+1}\le n+4$ صحيحة

$u_n\le n+3$ بالضرب في $\dfrac{2}{3}$ نجد $\dfrac{2}{3}u_n\le\dfrac{2}{3}n+2$ بإضافة $\dfrac{1}{3}n+1$ نجد $\dfrac{2}{3}u_n+\dfrac{1}{3}n+1\le n+3$ أي أن

$u_{n+1}\le n+3$ و منه $u_{n+1}\le n+4$ صحيحة ومنه من اجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n\le n+3$............ $(0{,}25)$

ب-دراسة اتجاه تغيرات المتتالية (u_n): $u_{n+1}-u_n=-\dfrac{1}{3}u_n+\dfrac{1}{3}n+1=\dfrac{-u_n+n+3}{3}$ الفرق موجب

و منه المتتالية متزايدة.. $(0{,}25)$

ج-استنتاج أن (u_n) محدودة من الأسفل : بما أن المتتالية (u_n) متزايدة فهي محدود من الأسفل بالحد u_0 .... $(0{,}25)$

لا يمكن الحكم على تقارب المتتالية (u_n). .... $(0{,}25)$

3 - نعتبر (v_n) متتالية المعرفة بالعلاقة : $v_n=u_n-n$

أ - البرهان أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الأول و أساسها :

$v_{n+1}=u_{n+1}-n-1=\dfrac{2}{3}u_n+\dfrac{1}{3}n+1-n-1$ أي أن $v_{n+1}==\dfrac{2}{3}u_n-\dfrac{2}{3}n$ و منه $v_{n+1}=\dfrac{2}{3}(u_n-n)$ إذن

$v_{n+1}=\dfrac{2}{3}v_n$ متتالية هندسية أساسها $\dfrac{2}{3}$ و حدها الأول $v_0=2$......................... **(0,5)**

ب -التعبير عن v_n بدلالة n: $v_n=2\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$ و لدينا $u_n=v_n+n$ و منه $u_n=2\left(\dfrac{2}{3}\right)^n+n$.......... **(0,25)**

حساب نهاية المتتالية (u_n): $\lim u_n=\lim\left[2\left(\dfrac{2}{3}\right)^n+n\right]=+\infty$ .... $(0{,}25)$

ج-حساب بدلالة n المجموع $S_n=u_0+u_1+u_2+\dots+u_n$ لدينا

$S_n=(v_0-0)+(v_1-1)+(v_2-2)+\dots+(v_n-n)$ و منه

و منه $S_n = v_0\left[\dfrac{\left(\dfrac{2}{3}\right)^{n+1}-1}{\dfrac{2}{3}-1}\right]-\dfrac{(n+1)n}{2}$ أي أن $S_n=[v_0+v_1+v_2+...+v_n]-[0+1+2+....+n]$

$S_n=-6\left[\left(\dfrac{2}{3}\right)^{n+1}-1\right]-\dfrac{(n+1)\,n}{2}$ ....(0,25)

4 - لتكن (t_n) متتالية المعرفة على $\mathbb{N}$: $t_n=\ln(v_n)$

أ. البرهان أن (t_n) المتتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول :لدينا $t_n=\ln(v_n)=\ln\left[2\left(\dfrac{2}{3}\right)^n\right]$ و منه

$t_{n+1}=\ln\left[2\left(\dfrac{2}{3}\right)^{n+1}\right]$ أي أن $t_{n+1}=\ln\left[2\left(\dfrac{2}{3}\right)^n\right]+\ln\left(\dfrac{2}{3}\right)$ و منه $t_{n+1}=t_n+\ln\left(\dfrac{2}{3}\right)$ إذن المتتالية (t_n)

حسابية أساسها $\ln\left(\dfrac{2}{3}\right)$..(0,25)

ب. حساب بدلالة n المجموع $A_n=t_0+t_1+t_2+...+t_n$:

$A_n=\dfrac{n+1}{2}[t_0+t_n]=\dfrac{n+1}{2}\left[\ln 2+\ln\left[2\left(\dfrac{2}{3}\right)^n\right]\right]=\dfrac{n+1}{2}\ln\left[4\left(\dfrac{2}{3}\right)^n\right]$............(0,25)

و استنتاج بدلالة n الجداء $p_n=v_0\times v_1\times v_2\times...\times v_n$ لدينا $v_n=e^{t_n}$ و

$p_n=e^{t_0}\times e^{t_1}\times e^{t_2}\times...\times e^{t_n}=e^{A_n}=e^{\frac{n+1}{2}\ln\left[4\left(\frac{2}{3}\right)^n\right]}$

التمرين الثالث (05 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ و النقطتين A و B لاحقتيهما $z_A=4+2i$ و $z_B=3-i$

1) الكتابة على الشكل الجبري للعدد $\dfrac{z_B-z_A}{z_B}=\dfrac{-1-3i}{3-i}=\dfrac{-i(-i+3)}{3-i}=-i$ ....(0,5)

و منه الشكل المثلثي هو $\dfrac{z_B-z_A}{z_B}=\cos\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)$ ....(0,5)

استنتاج طبيعة المثلث ABO قائم متساوي الساقين..(0,5)

2) نعتبر التحويل النقطي r في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' والذي يحول النقطة A إلى B ويحول النقطة B إلى O .

أ. بيّن أنّ العبارة المركبة للتحويل النقطي r هي $z'=-iz+1+3i$ ....(0,25)

- الطريقة 1 : لدينا العبارة المركبة لـ r هي من الشكل $z'=az+b$ حيث $a=\dfrac{z_B-z_A}{z_B}=-i$ و

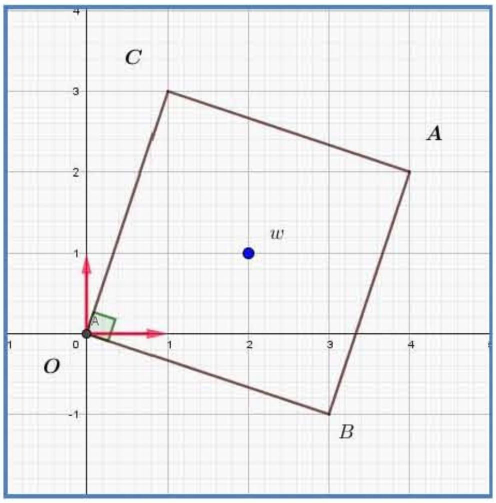
$b=z_O-az_B=i(3-i)=3i+1$ و منه $z'=-iz+3i+1$ محققة .

- الطريقة 2 : لدينا $z_B=-iz_A+1+3i$ أي أن $3-i=-i(4+2i)+1+3i$ نحسب $3-i=-4i+2+1+3i$ محققة

و $z_O=-iz_B+1+3i$ أي أن $0=-i(3-i)+1+3i$ نحسب $0=-3i-1+1+3i$ محققة .

و العبارة صحيحة .

ب. تعيّن طبيعة التحويل r و عناصره المميزة : بما أن $|-i|=1$ فإن r دوران زاويته $\arg(-i)=-\dfrac{\pi}{2}$ و مركزه النقطة الصامدة ذات اللاحقة $z_0=\dfrac{b}{1-a}=\dfrac{3i+1}{1+i}=\dfrac{(1+3i)(1-i)}{2}$ أي أن $z_0=\dfrac{4+2i}{2}=2+i$ ....(0,5)



ج.تعيّن z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة O بالتحويل r :

$z_C=-iz_O+1+3i=1+3i$ ....(0,25)

3) استنتاج طبيعة الرباعي $ABOC$ لدينا $r(A)=B$ و $r(B)=O$ و $r(O)=C$ و منه $AB=BO$ و $OA=BC$ القطران متناصفان و مُتقايسان و $(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{OB})=-\dfrac{\pi}{2}$ أي $(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BO})=\dfrac{\pi}{2}$

ومنه $ABOC$ مربع . ...(0,5)

4) تعيّن مجموعة النقط M من المستوي ذات لاحقتها z حيث $|z-4-2i|=|z|$ يعني أن $MA=MO$ مجموعة النقط هي محور القطعة المستقيمة $[OA]$ . ...(0,5)

5) من أجل $z\neq 2+i$ نضع $L=\dfrac{z'-2-i}{z-2-i}$

أ. بيّن أنّ : $L=-i$: $L=\dfrac{-iz+3i+1-2-i}{z-2-i}$ أي $L=\dfrac{-iz-1+2i}{z-2-i}$

و منه $L=\dfrac{-i(z-i-2)}{z-2-i}=-i$ . ...(0,5)

ب. تعيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون L^n عددًا حقيقيًا: $L=-i$ أي أن $L=e^{-i\frac{\pi}{2}}$ و منه $L^n=e^{-i\frac{n.\pi}{2}}$ يكون L^n عددًا حقيقيًا لما $-\dfrac{n\pi}{2}=\pi k : k\in Z$ و منه $n=-2k\ :\ k\in Z^-$ هي القيم المطلوبة . ...(0,5)

ج.بيّن أنّ $(z'-2-i)^2+(z-2-i)^2=0$ لدينا $\dfrac{z'-2-i}{z-2-i}=-i$ و منه $\left(\dfrac{z'-2-i}{z-2-i}\right)^2=-1$

أي أن $(z'-2-i)^2+(z-2-i)^2=0$..(0,5)

التمرين الرابع (07 نقاط) :

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{\ln(x+1)+|x|}{x+1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول 2cm)

1. حساب : $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1} f(x)=-\infty$ لأن $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1}\dfrac{1}{x+1}=+\infty$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1}\ln(1+x)=-\infty$ ....(0,5) .

و $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{x}{x+1} = 1$ ....$(0,5)$

التفسير البياني هو $x=-1\ ;\ y=1$ معادلتي المستقيمان المقاربان للمنحنى (C_f)................................$(0,25)$

2. أ- حساب $f'(x)$ من أجل $x \in]-1;0[$: $f(x) = \frac{\ln(x+1)-x}{x+1}$ و منه

$f'(x) = \frac{\left(\frac{1}{1+x}-1\right)(1+x)-\ln(1+x)+x}{(x+1)^2}$ أي أن $f'(x) = \frac{-\ln(1+x)}{(x+1)^2}$................................$(0,5)$

استنتاج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1;0[$: بما أن $x \in]-1;0[$ فإن $\ln(1+x) < 0$

و منه f متزايدة على المجال $]-1;0[$ . ...$(0,25)$

ب-حسب $f'(x)$ من أجل $x \in]0;+\infty[$: $f(x) = \frac{\ln(x+1)+x}{x+1}$ ومنه $f'(x) = \frac{\left(\frac{1}{1+x}+1\right)(1+x)-\ln(1+x)-x}{(x+1)^2}$

أي أن $f'(x) = \frac{2-\ln(1+x)}{(x+1)^2}$ إشارتها من إشارة $2-\ln(1+x)$: تنعدم عند e^2-1 و موجبة على المجال $[0;e^2-1]$ و سالبة على المجال $[e^2-1;+\infty[$................................$(0,5)$

استنتاج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$: f متزايدة على المجال $[0;e^2-1]$ و متناقصة على المجال $[e^2-1;+\infty[$......$(0,25)$

3. حساب $\lim_{x\xrightarrow{>}0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\xrightarrow{>}0} \frac{\ln(x+1)+x}{x(x+1)}$ لدينا $\lim_{x\xrightarrow{>}0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$ (باستخدام العدد المشتق) و منه

$\lim_{x\xrightarrow{>}0} \frac{\ln(x+1)}{x(x+1)} = 1$ و $\lim_{x\xrightarrow{>}0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\xrightarrow{>}0}\left[\frac{\ln(x+1)}{x(x+1)} + \frac{1}{x+1}\right] = 2$ ....$(0,25)$

$\lim_{x\xrightarrow{<}0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\xrightarrow{<}0} \frac{\ln(x+1)-x}{x(x+1)}$ و منه $\lim_{x\xrightarrow{<}0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\xrightarrow{<}0}\left[\frac{\ln(x+1)}{x(x+1)} - \frac{1}{x+1}\right] = 0$ ....$(0,25)$

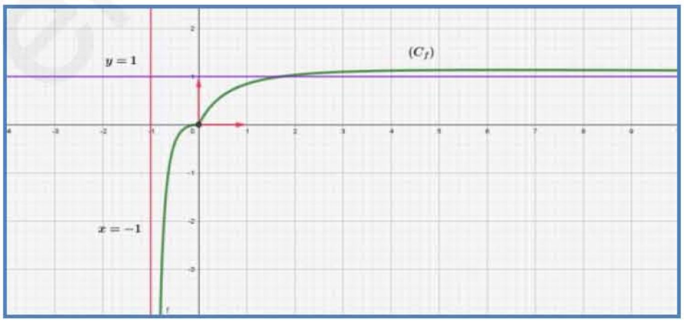
f غير قابلة للاشتقاق عند 0 لان $\lim_{x\xrightarrow{<}0} \frac{f(x)}{x} \neq \lim_{x\xrightarrow{>}0} \frac{f(x)}{x}$ . ...$(0,25)$

4. كتابة معادلتي المماسين لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 :

المماس على اليمين معدلته $y=2x$ و المماس على اليسار معادلته $y=0$................................$2\times(0,25)$

5. جدول تغيرات f ....$(0,5)$

x	-1		0		e^2-1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	0	↗	$\frac{1+e^2}{e^2}$	↘	1



6. حساب $f(e-1) = 1$ ....$(0,5)$

إنشاء (C_f):................................(1)

7. أيجاد دالة أصلية للدالة f على المجال $[0,+\infty[$:

أي أن $f(x) = \frac{\ln(x+1)+x}{x+1}$

$f(x)=\frac{\ln(x+1)}{x+1}+1-\frac{1}{x+1}$ و منه F الدالة الأصلية للدالة f :

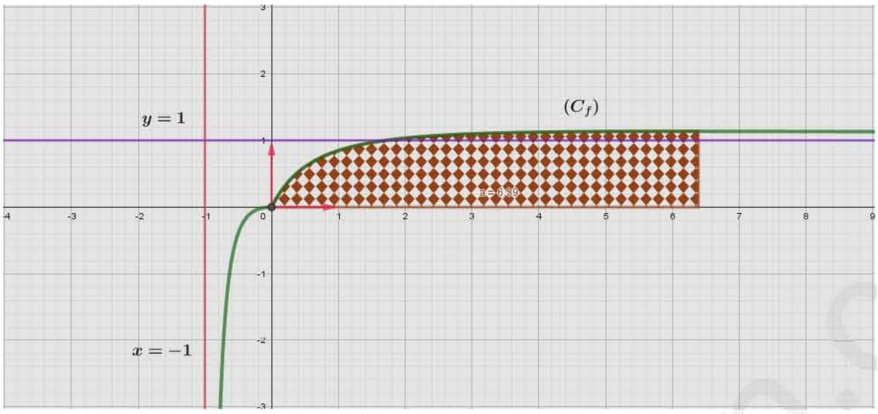
$F(x)=\frac{[\ln(x+1)]^2}{2}+x-\ln(x+1)+c$ ....(0,5)

استنتاج مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f)

و محور الفواصل والمستقيمين ذا المعادلتين : $x=0$ و $x=e^2-1$

نحسب التكامل $\int_0^{e^2-1} f(x)\,dx=\int_0^{e^2-1}\frac{\ln(x+1)+x}{x+1}dx$ أي أن $\int_0^{e^2-1} f(x)\,dx=\left[\frac{1}{2}(\ln(x+1))^2+x-\ln(x+1)\right]_0^{e^2-1}$

$\int_0^{e^2-1} f(x)\,\boldsymbol{dx}=\boldsymbol{e^2+1}$ و منه المساحة هي $4(e^2+1)cm^2$ ....(0,5)



انتهى الموضوع الثاني