الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية أدرار — ثانويـات المقاطعة الأولى

الشعبة :تقني رياضي — دورة مـــــاي2019

امتحان البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات — المدة :أربع ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين:

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (04نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقاط $A(1;1;0)$ ، $B(1;-2;4)$ ، $C(-1;0;1)$ و المستوي (P) الذي معادلته : $2x+y-z+3=0$.

1/ ليكن $\vec{n}$ شعاع ناظمي للمستوي (P).

أ . بين أنه يوجد عدد حقيقي α بحيث $\overrightarrow{AB}=\alpha\vec{n}$ ، ماذا تستنتج ؟

ب . بين أن الجملة : $\begin{cases} x=1+2t' \\ y=1-3t+t' \\ z=4t-t' \end{cases}$ هي تمثيل وسيطي للمستوي (Q) . (حيث t و t' عددين حقيقيين) الذي يمر بالنقطة A ويوازي كل من $\overrightarrow{AB}$ و $\vec{n}$.

جـ . استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (Q) ، و أن المستويين (P) و (Q) متعامدان.

2/ بين أن C نقطة مشتركة للمستويين (P) و (Q) و أن الشعاع $\vec{u}(14;-11;17)$ يعامد كل من $\vec{n}$ و $\vec{n'}$ ، حيث $\vec{n'}$ هو شعاع ناظمي للمستوي (Q).

3 / استنتج تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D') المسقط العمودي للمستقيم (AB) على المستوي (P).

4 / لتكن $M(x;y;z)$ نقطة من الفضاء . عيّن المجموعة (Γ) للنقط M بحيث : $\sqrt{6}\,d(M,(P))=\sqrt{101}\,d(M,(Q))$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة التالية : (1) .... $2020x-2424y=1212$ ذات الجملة $(x;y)$

1) أ - أحسب $PGCD(2020\ ,\ 2424)$.

بـ - استنتج أن المعادلة (1) تقبل حلولا .

جـ - أثبت أنه إذا كانت الثنائية $(x\ ;\ y)$ حل للمعادلة (1) فإن x مضاعف للعدد 3.

2) استنتج حلا خاصا للمعادلة (1) ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (1).

3) استنتج حلول الجملة (S): $\begin{cases} \lambda\equiv -1[6] \\ \lambda\equiv -4[5] \end{cases}$.

4) a و b عددان طبيعيان حيث $a=\overline{1\alpha0\alpha00}$ في النظام ذي الأساس 3 و $b=\overline{\alpha\beta0\alpha}$ في النظام ذي الاساس 5.

عين α و β حتى تكون الثنائية $(a\ ;\ b)$ حلا للمعادلة (1) ثم أكتب العددين a و b في النظام العشري .

التمرين الثالث: (05نقاط)

1 /حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $z^2-2\sqrt{2}\,z+3=0$.

2 / المستوي المركب منسوب معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B ، C ، D و G لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{2}+i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=2\sqrt{2}$ ، $z_D=-\sqrt{2}+3i$ و $z_G=2i$.

أ . أثبت أن النقطتين A و B تنتميان إلى دائرة مركزها C يطلب تعيين نصف قطرها .

ب . تحقق من أن $z_C=z_A+z_B$ و $|z_A|=|z_B|$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $OACB$ و احسب مساحته .

3 / بين أن النقطة G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(C;1),(D;2)\}$.

4/ (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث : $\sqrt{(iz+2)\overline{(iz+2)}}=6$ ، عين المجموعة (Γ) .

5 / S التحويل النقطي ا لذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي النقطة $M'(z')$ من المستوي حيث :

$z'=2e^{i\pi}z+4+2i$.

عين الطبيعة و العناصر المميزة للتحويل النقطي S ثم أوجد صورة (Γ) بالتحويل S .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $D_f=]0;e[\cup]e;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{1}{x(1-\ln x)}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$ ، (الوحدة $2\,cm$) .

$I)$ 1 / احسب نهايتي الدالة f عند e وعند $+\infty$ ، ثمّ فسّر النتائج هندسيا .

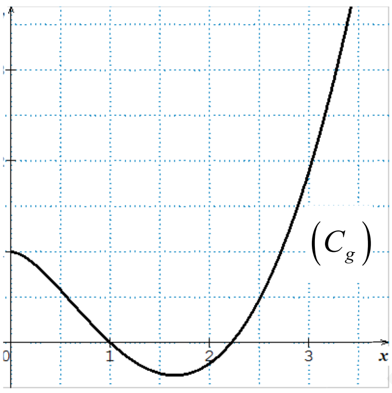
2 / بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)=+\infty$ ثمّ فسّر النتائج هندسيا. (لاحظ أن $x(1-\ln x)=x-x\ln x$) .

3 / بين انه من أجل كل x من $]0;e[\cup]e;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$ حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f .

4 / ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

$II)$ لتكن g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=1-x^2(1-\ln x)$

وليكن (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس (انظر الشكل)



1 / أ . بقراءة بيانية حدّد عدد حلول المعادلة (E) التالية:

$g(x)=0$ في المجال $]0;+\infty[$

ب . باستعمال جدول القيم التالي :

x	$2,1$	$2,2$	$2,3$	$2,4$
$g(x)$	$-0,14$	$-0,02$	$0,12$	$0,28$

بين أن المعادلة (E) تقبل حلاّ α بحيث $2,2<\alpha<2,3$

2 / أ . تحقق أنه من أجل كل x من D_f ، $f(x)-x=\dfrac{g(x)}{x(1-\ln x)}$.

ب . بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ يقطع المنحنى (C_f) في النقطتين ذات الفاصلتين 1 و α .

جـ . حدد انطلاقا من (C_g) إشارة $g(x)$ على المجال $[1;\alpha]$ وبين أن $f(x)-x\le 0$ لكلّ x من المجال $[1;\alpha]$.

3 / أنشئ في نفس المعلم $(O,\vec{i};\vec{j})$ ، المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

4 / أ .بين أن $\displaystyle\int_1^{\sqrt{e}}\frac{1}{x(1-\ln x)}dx=\ln 2$ ، (لاحظ أن $\dfrac{1}{x(1-\ln x)}=\dfrac{\frac{1}{x}}{1-\ln x}$ لكل x من D_f) .

ب .نعتبر المساحة A لمجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوي حيث: $1\le x\le\sqrt{e}$ و $f(x)\le y\le x$

احسب A بـ cm^2 .

$III)$ نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $u_0=2$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$.

1 / بين بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1\le u_n\le\alpha$.

2 / بين أن المتتالية (u_n) متناقصة على $\mathbb{N}$. (يمكن استعمال نتيجة السؤال $II)$ 2/جـ .

3 / استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة و حدد نهايتها .

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (04نقاط)

لتكن (u_n) متتالية هندسية متزايدة حدودها موجبة معرفة على المجموعة $\mathbb{N}^*$ بـ : $\begin{cases} u_1 + 2u_2 + u_3 = 100 \\ u_1 \times u_3 = 256 \end{cases}$

1) أحسب u_2 , u_1, u_3 ثم عين q أساس المتتالية (u_n) .

2) عبر عن الحد العام u_n بدلالة n .

3) أحسب بدلالة n كلا من المجموع : $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$ و الجداء $P_n = u_1 \times u_2 \times \ldots \times u_n$.

4) أ – أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 7^n على العدد 5 .

ب - بين أن العدد $2016^{2017} + 49^{2n} + 5n - 2017$ يقبل القسمة على 5 .

جـ - نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $S_n' = \frac{1}{ln2}[ln4 + ln4^2 + \cdots + ln4^n]$.

أحسب S_n' بدلالة n ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون : $S_n' + 4n^2 + 7^{4n} \equiv 0[5]$

التمرين الثاني: (04نقاط)

يحتوي وعاء على كريتان بيضاوان تحملان الرقم 1و ثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ،2 ،2

و أربع كريات سوداء تحمل الأرقام 1 ،1 ،2 ،2 (لا يمكن التفريق بين جميع الكريات عند اللمس).

نسحب عشوائياً وفي آن واحد ثلاث كريات من هذا الوعاء .

1) احسب احتمال كل من الحوادث التالية :

A: " الكريات الثلاثة المسحوبة مختلفة اللون مثنى مثنى".

B: "الكريات الثلاثة المسحوبة تحمل نفس الرقم ".

C: " من بين الكريات الثلاثة المسحوبة توجد على الأقل كرية واحدة حمراء اللون " .

2) احسب احتمال الحادثة $A \cap B$.

3) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة العدد مجموع أرقام الكريات الثلاثة المسحوبة .

أ - عين قيم المتغير العشوائي X .

ب- اعط قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الثالث : (05 نقاط)

1) أ - عين الجذران التربيعيان للعدد المركب z_1 حيث $z_1 = 3+4i$

ب- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركبة z : $(z^2+1)(z^2-3-4i)=0$

2)في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$, نعتبر النقط A , B , C , D و E

التي لواحقها على الترتيب $z_A = 2+i$, $z_B = 2-i$, $z_C = i$, $z_D = -i$ و $z_E = -3i$ على الترتيب

أ -أكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الأسي .

ب- .استنتج طبيعة المثلث ABC.

3) عين العبارة المركبة للتشابة المباشر S الذي يحقق $S(C)=C$ و $S(A)=B$ محددا نسبته وزاويته

4) أ -عين صورة القطعة المستقيمة $[AB]$ بالتشابه S

ب- استنتج مساحة المثلث BCE صورة ABC بالتشابه S.

5) أ -عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث $iz = 1+2ie^{i\theta}$ لما θ يمسح المجموعة $\mathbb{R}$

ب - بين أن النقطة E تنتمي إلى المجموعة (Γ)

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I)لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل : $g(x)=1+x+e^x$

1 / ادرس تغيرات الدالة g

2 / بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا وحيدا α, حيث α من المجال $]-1.3;-1.2[$.

3 / حدد تبعا لقيم x إشارة $g(x)$.

II)نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=\frac{xe^x}{1+e^x}$ نسمي (C_f) المنحنى البياني لها في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$. (تؤخذ $2cm$ كوحدة).

1 /

أ) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$.

ب) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ **:** $f'(x)=\frac{e^x g(x)}{(1+e^x)^2}$

ج) أستنتج اتجاه تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

د) برهن أن $f(\alpha)=1+\alpha$ . .

ه) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة O مبدأ المعلم ، (T).

و) برهن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربامعادلته : $y=x$. ثم ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

ز) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) ثم المماس (T)

2 / ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة التالية: $me^x+m+x=0$.

3 / **أ)** برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \geq 1$ فان : $\frac{e^x}{1+e^x} \leq f(x) \leq x$.

ب) استنتج حصرمساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=1$ و $x=-\alpha$.