اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

المـــــدة:02 ســـاعــة

## التمرين الاول : (08 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية $\left(u_n\right)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الاول $u_0$ ومن اجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ فان $u_{n+1}=\frac{2u_n}{2u_n+1}$

1. تحقق انه من اجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ فان $u_{n+1}=1-\frac{1}{2u_n+1}$
2. برهن بالتراجع انه من اجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ فان: $0<u_n<\frac{1}{2}$
3. تحقق انه من اجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ فان: $u_{n+1}-u_n=\frac{u_n\left(1-2u_n\right)}{2u_n+1}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية $\left(u_n\right)$
4. استنتج تقارب المتتالية $\left(u_n\right)$
5. نضع من اجل كل $n$ من $\mathbb{N}$: $v_n=\frac{3^n u_n}{2u_n-1}$

أ) اثبت ان المتتالية $\left(v_n\right)$ متتالية هندسية اساسها $q=6$

ب) اكتب $v_n$ بدلالة $n$ ، ثم استنتج انه من اجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ فان: $u_n=\frac{2^n}{3+2^{n+1}}$

ج) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

د) احسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث : $S_n=\frac{1}{u_0}+\frac{1}{u_1}+.....+\frac{1}{u_n}$

## التمرين الثاني :(06 نقاط)

نعتبر في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة $5x-6y=3$ ..........(1)

1. اثبت انه اذا كانت الثنائية $\left(x\,;y\right)$ حلا للمعادلة $(1)$ فان $x$ مضاعف للعدد 3
2. استنتج حلا خاصا للمعادلة $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ ثم حل في المعادلة $(1)$.
3. استنتج حلول الجملة $E$، حيث $E:\begin{cases} x\equiv -4[6] \\ x=-1[6] \end{cases}$
4. حلل العدد 2016 الى جداء عوامل اولية ، ثم استنتج الاعداد التي مربعاتها تقسم العدد 2016
5. نضع $d=pgcd(a;b)$ و $m=ppcm(a;b)$ عين العددين الطبيعيين $a$ ، $b$ حيث ان $m^2-2d^2=2016$

**التمرين الثالث**: (06 نقاط)

1. بين انه من اجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ فان العدد $3n^3-11n+48$ يقبل القسمة على $n+3$
2. بين انه من اجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ فان العدد $3n^2-9n+16$ عدد طبيعي غير معدوم
3. بين انه من اجل كل عدد طبيعي $n$ اكبر من او يساوي 2 فان :

$$pgcd\left(3n^3-11n;n+3\right)=pgcd\left(48;n+3\right)$$

4. عين مجموعة القواسم الطبيعية للعدد 48 ، ثم استنتج مجموعة الاعداد الطبيعية $n$ التي يكون من اجلها العدد $\dfrac{3n^3-11n}{n+3}$ طبيعيا

بالتوفيق للجميع