الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية الوطنية لولاية سكيكدة — ثانوية أسامة بن زيد

الشعبة: ثالثة تقني رياضي — مارس 2019

الاختبار الثاني في مادة: الرياضيات — المدّة: 04 سا

التمرين الأول: (05 ن)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = 3$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = \sqrt{\frac{1+u_n^2}{2}}$.

1. احسب الحدود u_1 ، u_2 و u_3 ثم برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n > 1$.
2. بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ ثم استنتج أنها متقاربة معينا نهايتها.
3. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_n^2 - 1$.
   - أ. بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.
   - ب. أكتب بدلالة n كلا من u_n و v_n ثم احسب $\lim u_n$.
   - ج. احسب بدلالة n كل من المجاميع التالية: $S_n = u_0^2 + u_1^2 + u_2^2 + \ldots + u_n^2$.

$T_n = v_0 + 2v_1 + 2^2 v_2 + \ldots + 2^n v_n$ و $L_n = \ln(v_0) + \ln(v_1) + \ln(v_2) + \ldots + \ln(v_n)$.

التمرين الثاني: (05 ن)

يحتوي صندوق على 5 كرات حمراء و 3 كرات بيضاء، كل الكرات متماثلة لا نفرق بينها باللّمس.

1. نسحب من الصندوق ثلاث كرات عشوائيا وفي ان واحد، احسب احتمال الحوادث التالية:
   - A: الكرات المسحوبة كلها حمراء.
   - B: سحب كرة واحدة حمراء.
   - C: سحب كرة واحدة على الأقل بيضاء.
2. ننزع من الصندوق الكرات البيضاء ونضع مكانها n كرة سوداء حيث $n \geq 2$ ، ثم نقوم بسحب كرتين على التوالي ودون إرجاع.

نعتبر اللعبة التالية: سحب كرة حمراء يساوي (-10) نقطة و سحب كرة سوداء يساوي $(+5)$ نقطة.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع النقط المحصل عليها.

   - أ. عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X.
   - ب. احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X ، ثم عين قيمة n حتى تكون اللعبة عادلة .
   - ج. كيف نختار عدد الكرات السوداء حتى تكون اللعبة مربحة؟.

التمرين الثالث: (04 ن)

I) 1. ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 10 ثم استنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد A_n على 10 حيث:
$A_n = 1993^{16n+6} - 2\times 1439^{2n+3} + 2018$.

2. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $(3n+4)\times 1439^n + 2017^{2n+1} \equiv 3^{2n}(3n+1)[10]$ ثم استنتج قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها $(3n+4)\times 1439^n + 2017^{2n+1}$ مضاعف للعدد 10.

3. N عدد طبيعي يكتب $\overline{\alpha\alpha 0\alpha\alpha 02}$ في نظام التعداد ذي الاساس 3 و يكتب $\overline{\beta 612}$ في نظام التعداد ذي الاساس 7.

- أوجد العددان α و β ثم اكتب N في النظام العشري.

II) 1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $\left(\overline{z^2}+4\right)\left(z^2-2\sqrt{3}.z+4\right)=0$.

2. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$ النقط A ، B ، C و D لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=-2i$ و $z_D=\overline{z_C}$.

أ - أكتب الأعداد z_A ، z_B ، z_C و z_D على الشكل المثلثي.

ب - أثبث أن النقط A ، B ، C و D تنتمي الى نفس الدائرة (C) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

3. عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقق العلاقة: $\left|\overline{z}-z_C\right| = \left|z_D - z_C\right|$.

التمرين الرابع: (06 ن)

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\left(x^2+x+2\right)e^{-x}$ ، (Cf) منحناها في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. أ. ادر س اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

ب. اكتب معادلة المماس (Δ) لـ (Cf) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

ج. بين أن المعادلة $f(x)=3$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[-1;0]$ ثم اعط حصرا للعدد بتقريب 10^{-2}.

2. بين أن (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما.

3. أنشئ (Δ) و (C_f).

4. لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=\left[f(x)\right]^2$.

أ.بين أن الدالة g هي مركب دالتين يطلب تعيينهما. ب. استنتج جدول تغيرات الدالة g انطلاقا من جدول تغيرات الدالة f.

5. m وسيط حقيقي،لنعتبر الدالة f_m المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة $f_m(x)=\left(x^2+mx+2\right)e^{-x}$.

عين قيم m حتى تقبل الدالة f_m قيمتين حديتين محليتين.