الشعبة: تقني رياضياتي   ثانوية: بني مزلين   السنة الدراسية: 2020/2019

امتحان الثلاثي الثاني في مادة: الرياضيات

المدة: 03 ساعات

التمرين الأول: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية $(\mathcal{U}_n)$ المعرفة بـــ: $\mathcal{U}_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $\mathcal{U}_{n+1} = \sqrt{2\mathcal{U}_n}$

1) الجدول التالي يعطي قيم تقريبية لبعض حدود المتتالية $(\mathcal{U}_n)$

n	1	5	10	15	20
$\mathcal{U}_n$	1,4142	1,9571	1,9986	1,9999	1,9999

- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية $(\mathcal{U}_n)$ وتقاربها

2)

أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < \mathcal{U}_n \leq 2$

ب) عين اتجاه تغير المتتالية $(\mathcal{U}_n)$ على $\mathbb{N}$

ج) برهن أن المتتالية $(\mathcal{U}_n)$ متقاربة ثم أحسب نهايتها.

3) نعتبر المتتالية $(\mathcal{V}_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $\mathcal{V}_n = ln(\mathcal{U}_n) - ln\,2$

أ) برهن أن $(\mathcal{V}_n)$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ثم عين حدها الأول.

ب) أكتب عبارة الحد العام ${}_n$ بدلالة n ثم استنتج عبارة الحد العام $\mathcal{U}_n$ بدلالة n

ج) عين نهاية المتتالية: $(\mathcal{U}_n)$

ح) أحسب بدلالة n المجموع ${}_n$ حيث: $\mathcal{S}_n = \mathcal{V}_0 + \mathcal{V}_1 + \cdots + \mathcal{V}_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

تحتوي علبة على 7 كرات لا نفرق بينها باللمس 4 منها تحمل الرقم 1 و كرتان تحملان الرقم 2 و كرة واحدة تحمل الرقم 0 . نسحب ثلاث كرات في آن واحد

1) أحسب احتمال الحوادث التالية

أ) A : "الكرات المسحوبة تحمل نفس الرقم"

ب) B : "يوجد في الكرات المسحوبة الرقم 0"

ت) C : "مجموع الارقام المسحوبة يساوي 3"

2) X هو المتغير العشوائي الذي يرفق بعملية السحب مجموع الأرقام المسحوبة

أ) أكتب قانون الاحتمال للمتغير العشوائي

3) نسحب الآن من الكيس ثلاث كرات على التوالي و دون إرجاع الكرة المسحوبة إلى الكيس و نسجل بالأرقام عددا طبيعيا رقم آحاده هو الرقم المسحوب ثالثا و رقم عشراته هو الرقم المسحوب ثانيا و رقم مئاته هو الرقم المسحوب أولا.

أ) أحسب احتمال الحصول على رقم زوجي. (يمكن الاستعانة بشجرة الاحتمالات)

ب) أحسب احتمال الحصول على رقم يقبل القسمة على 5

التمريـــن الثالث: (07 نقاط)

I. في الشكل المقابل (   ) هو المنحنى الممثل للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $g(x) = (ax+b)e^x + c$

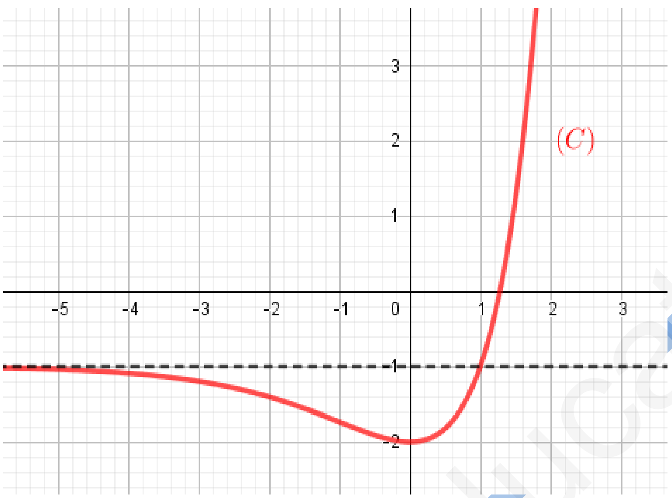
حيث: a و b و c أعداد حقيقية

1) بقراءة بيانية:

أ) عين $lim_{x\to-\infty}(x)$ ثم استنتج قيمة c

ب) عين نهاية الدالة g عند $+\infty$

ت) عين كلا من $g(0)$ $g'(0)$ ثم استنتج قيمتي كلا من a و b



2) نفرض فيما يأتي: $g(x) = (x-1)e^x - 1$

أ) شكل جدول تغيرات الدالة g

ب) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α محصور بين 1,2 و 1,3 ثم استنتج إشارة $g(x)$

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{x}{^{x}+1}$ و ليكن $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) أحسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$ ثم فسر النتيجة بيانيا

2) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ هو مستقيم مقارب مائل لــ: $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $+\infty$. ثم ادرس الوضعية النسبية بين $(\mathcal{C}_f)$ و (Δ)

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها (لاحظ أن: $f'(\ \ ) = \frac{-g(x)}{(e^x+1)^2}$)

4) بين أن: $f(\alpha) = \alpha - 1$ ثم استنتج حصرا لـــ: $f(\alpha)$

5) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ في المستوي المنسوب إلى المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$

6) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = f(m)$

التمريـــن الرابع: (04 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط $D;C;B;A$ التي لواحقها على الترتيب: $z_A=\sqrt{3}+i$ و $z_B=-\sqrt{3}-i$ و $z_C=2i$ $z_D=-1+\sqrt{3}i$

1) أنشئ في المعلم $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط $D;C;B;A$ مع شرح كيفية الإنشاء

2) عين $_I$ لاحقة النقطة I منتصف قطعة المستقيم $[BA]$

3) عين $_E$ لاحقة النقطة E مركز الدائرة المحيطة بالمثلث CAB

4) عين مجموعة النقط $\mathcal{M}$ ذات اللاحقة z في كل حالة:

- $|iz+2|=|z-i-\sqrt{3}|$
- $|z+\sqrt{3}+i|=\sqrt{3}$

5) أكتب العدد المركب $\frac{z_B}{z_C}$ على الشكل المثلثي ثم استنتج طبيعة المثلث COB

6) أحسب $(z_D)^{2015}$ (تعطى النتيجة على الشكل الجبري)

7) أعط تفسيرا لطويلة و عمدة العدد المركب: $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$