

## بكالوريا تجريبي في مادة: الرياضيات

الموضوع الاولالتمرين الأول (04):

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ . نعتبر النقط  $A(1; 0; 1)$ ،  $B(2; -1; 1)$  و  $C(0; 1; 1)$

1. تحقق ان النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  لاتعين مستويا وحيدا

2.  $(P_m)$  مجموعة النقط  $M(x; y; z)$  من الفضاء التي تحقق:  $mx - y + (2 - m)z + m + 4 = 0$ ، ( $m$  عدد حقيقي)

(ا) بين ان  $(P_m)$  مستوي من اجل كل عدد حقيقي  $m$

(ب) بين ان جميع المستويات  $(P_m)$  تتقاطع في نفس المستقيم  $(\Delta)$  الذي يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له

3. (ا) احسب احداثيات النقطة  $H$  المعرفة بـ  $\vec{0} = 2\vec{HA} - \vec{HB} + e.\vec{HC}$  : ( $e$  اساس اللوغارتم النيبيري)

(ب) احسب المسافة بين النقطة  $H$  والمستقيم  $(\Delta)$

4. (ا) اوجد  $(S)$  مجموعة النقط  $M(x; y; z)$  من الفضاء التي تحقق:  $\|2\vec{MA} - \vec{MB} + e.\vec{MC}\| = \sqrt{5} \cdot (1 + e)$

(ب) اوجد المستويات  $(P_m)$  التي تمس المجموعة  $(S)$

التمرين الثاني (05):

1. حل في مجموعة الاعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة ذات المجهول:  $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0 \dots (I)$

▪ اكتب الحلول على الشكل المثلثي

2. المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{u}; \vec{v})$ ، لتكن النقط، والتي لواحقها على الترتيب:  $z_A = 2i$

$z_C = \overline{z_B}$ ،  $z_B = \sqrt{3} + i$ ، وليكن العدد المركب  $L$  حيث:  $L = \frac{(1-i)z_B}{z_C}$

(ا) اكتب العدد  $L$  على الشكل الاسي ثم احسب  $L^{2016}$

(ب) عين قيم العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون العدد  $L^n$  تخيلي صرف

3. (ا) بين انه يوجد دوران  $r$  مركزه  $B$  ويحول  $A$  الى  $C$ ، يطلب تعيين زاويته.

(ب) استنتج طبيعة المثلث  $ABC$  واحسب مساحته

4. (ا) عين  $(E_1)$  مجموعة النقط  $M$  ذات اللاحقة  $z$  بحيث يكون العدد  $\frac{z-\sqrt{3}+i}{z-2i}$  حقيقي موجب

(ب) عين  $(E_2)$  مجموعة النقط  $M$  ذات اللاحقة  $z$  بحيث يكون  $iz = -1 + i\sqrt{3} + 2ie^{i\theta}$  عندما  $\theta$  يمسح  $\mathbb{R}$

التمرين الثالث (04):

1. لتكن الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = x - x \ln x$ . ادرس تغيرات الدالة  $f$

2.  $(u_n)$  متتالية معرفة على  $\mathbb{N}^*$  بـ:  $u_n = \frac{e^n}{n^n}$

احسب الحدود:  $u_1, u_2, u_3, u_4$  و  $u_5$  ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغيرها ونهايتها

3.  $(v_n)$  متتالية معرفة على  $\mathbb{N}^*$  بـ :  $v_n = \ln(u_n)$

(ا) اثبت ان :  $v_n = n - n \ln(n)$

(ب) باستعمال الدالة  $f$  ، ادرس اتجاه تغير  $(v_n)$  ثم استنتج ان  $(u_n)$  متناقصة

(ج) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معدوم :  $0 < u_n \leq e$

(د) استنتج ان المتتالية  $(u_n)$  متقاربة وعين نهايتها .

### التمرين الرابع (07):

#### الجزء 1:

$f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = e^{-x} \ln(1 + e^x)$  ،  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس  $(\vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  حيث

الوحدة 2cm على محور الفواصل و 5cm على محور الترتيب

1. احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $-\infty$  ، ثم فسر النتيجة هندسيا

2. (ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f(x) = \frac{x}{e^x} + e^{-x} \ln(1 + e^{-x})$

(ب) احسب نهاية  $f$  عند  $+\infty$  ، ثم فسر النتيجة هندسيا

3. نعتبر على المجال  $]-1; +\infty[$  الدالة  $g$  المعرفة بـ :  $g(t) = \frac{t}{1+t} - \ln(1 + t)$

(ا) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  على المجال  $[0; +\infty[$

(ب) احسب  $g(0)$  ، ثم استنتج اشارة  $g(t)$  من اجل  $t$  موجب تماما

4. (ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = \frac{g(e^x)}{e^x}$

(ب) استنتج ان  $f$  متناقصة تماما على مجموعة تعريفها ، ثم شكل جدول تغيراتها

(ج) انشئ  $(C_f)$

#### الجزء 2:

نعتبر الدالة  $F$  المعرفة على المجال  $[0; +\infty[$  بـ :  $F(x) = \int_0^x f(t) dt$

1. تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي  $t$  :  $\frac{1}{1+e^t} = 1 - \frac{e^t}{1+e^t}$

2. باستعمال التكامل بالتجزئة بين ان :  $F(x) = -\ln\left(\frac{1+e^x}{e^x}\right) - f(x) + 2 \ln 2$

3. استنتج مساحة الحيز المحدد بـ  $(C_f)$  والمستقيمات التي معادلاتها  $x = 0$  ،  $x = \ln 4$  ،  $y = 0$

## بكالوريا تجريبي في مادة: الرياضيات

الموضوع الثانيالتمرين الأول (3.5):

نعتبر المعادلة  $(E): 3x - 8y = 5$  حيث  $x$  و  $y$  صحيحان نسبيان

(1) اثبت ان حلول المعادلة  $(E)$  هي الثنائيات  $(x; y)$  حيث  $x = 8k - 1$ ,  $y = 3k - 1$ , و  $k \in \mathbb{Z}$

(2) ا) لتكن  $n, x$  و  $y$  ثلاثة اعداد صحيحة تحقق  $\begin{cases} n = 3x + 2 \\ n = 8y + 7 \end{cases}$  اثبت ان  $(x; y)$  حل للمعادلة  $(E)$

ب) نعتبر الجملة  $\begin{cases} n \equiv 2[3] \\ n \equiv 7[8] \end{cases}$  حيث  $n$  عدد صحيح. اثبت ان  $n$  حل للجملة  $(S)$  اذا وفقط اذا كان  $n \equiv 23[24]$

(3) تأكد ان 2015 حل للجملة  $(S)$  ثم استنتج ان  $1 - 2015^{1436}$  يقبل القسمة على 24

التمرين الثاني (4.5):

الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس نعتبر النقط  $A(-2; -1; 3)$ ,  $B(1; 3; 5)$ ,  $C(2; -\frac{1}{2}; -4)$  و  $D(2; -2; -3)$

$$\begin{cases} x = 1 - \ln(t) \\ y = -\ln\left(\frac{e}{t}\right) \\ z = -1 + \ln(e^2 t) \end{cases} ; t \in ]0; +\infty[$$

التالي معرف بالتمثيل الوسيطى  $(\Delta)$  والمستقيم  $F(1; -1; 1)$ ,  $E(1; -1; 2)$ ,

1. ا) بين ان النقط  $A, B, C$  تعين مستويا  $(ABC)$

ب) تحقق ان الشعاع  $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$  ناظمي للمستوي  $(ABC)$  ثم عين معادلة ديكارتية له

2. ا) اوجد  $\vec{u}$  واحد اشعة توجيه المستقيم واحداثيات نقطة منه  $(\Delta)$

ب) لتكن  $M(x; y; z)$  نقطة من المستقيم  $(\Delta)$  اوجد  $EM^2$  بدلالة  $t$

ج) اوجد اصغر قيمة  $EM^2$  ثم استنتج المسافة بين النقطة  $E$  والمستقيم  $(\Delta)$  واستنتج احداثيات  $H$  المسقط العمودي للنقطة  $E$  على

المستقيم  $(\Delta)$

د) اكتب معادلة سطح الكرة  $(S)$  التي مركزها  $E$  ويمس المستقيم  $(\Delta)$

3. ا) بين ان المثلث  $ABC$  قائم في  $A$  واحسب مساحته

ب) احسب حجم رباعي الوجوه  $ABCD$

التمرين الثالث (05):

نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة  $\mathbb{C}$  كثير الحدود:  $P(z) = z^4 + 8 - 8\sqrt{3}i$

1. ا) احسب العدد المركب  $(\sqrt{3} + i)^2$  ثم استنتج في مجموعة الاعداد المركبة  $\mathbb{C}$  حلول المعادلتين:  $z^2 = 2 + 2\sqrt{3}i$  و

$$z^2 = -2 - 2\sqrt{3}i$$

ب) تحقق انه من اجل كل عدد مركب  $z$ :  $P(z) = (z^2 + 2 + 2\sqrt{3}i)(z^2 - 2 - 2\sqrt{3}i)$

2. في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{u}; \vec{v})$ ، نعتبر النقط  $A, B, C, D$  ذات اللاحقات  $z_A = \sqrt{3} + i$

$$z_D = -z_B \text{ و } z_C = -z_A, z_B = -1 + \sqrt{3}i,$$

(ا) اكتب الاعداد المركبة  $A, B, C, D$  على الشكل الاسي.

(ب) علم النقط  $A, B, C, D$  ثم بين انها تنتمي الى الدائرة مركزها  $O$  يطلب تعيين نصف قطرها

(ج) بين ان  $i = \frac{z_A + z_B}{z_A + z_D}$  ثم اعط تفسيراً هندسياً لطويلة وعمدة العدد المركب  $\frac{z_A + z_B}{z_A + z_D}$  واستنتج طبيعة المثلث  $ABD$

3. نعتبر التحويل النقطي  $T$  في المستوي الذي يرفق بكل نقطة  $M$  ذات اللاحقة  $z$  النقطة  $M'$  ذات اللاحقة  $z'$  حيث  $z' = e^{i\frac{\pi}{2}} z$

(ا) عين طبيعة التحويل  $T$  محدداً عناصره المميزة

(ب) تحقق ان  $T(A) = B$ ،  $T(B) = C$ ،  $T(C) = D$

(ج) بين انه من اجل كل عدد مركب  $z$ :  $P(z') = P(z)$

(د) احسب  $P(z_A)$  ثم استنتج مرة اخرى حلول المعادلة  $P(z) = 0$

### التمرين الرابع (07):

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $[0; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = \frac{1}{2}x^2(3 - \ln x^2 + 1)$  ;  $x > 0$  . وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني

في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  . وحدة الطول  $2cm$

. I .

1. احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2. ادرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  عند  $0$  ثم فسر النتيجة هندسياً

3. ادرس اتجاه تغيرات الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها

4. بين انه يوجد عدد حقيقي وحيد  $\alpha \geq 0$  بحيث  $f(\alpha) = 0$ ، ثم تحقق ان:  $4.6 < \alpha < 4.7$

5. اكتب معادلة للمستقيم  $(D)$  المماس للمنحنى عند النقطة ذات الفاصلة  $1$

II . دالة معرفة على  $[0; +\infty[$  ب:  $g(x) = f(x) - 2x - \frac{1}{2}$

1. احسب  $g'(x)$  و  $g''(x)$  ثم ادرس اتجاه تغيرات الدالة  $g'$  واستنتج اشارتها على المجال  $[0; +\infty[$

2. حدد اتجاه تغير الدالة  $g$ ، ثم استنتج وضعية  $(C_f)$  بالنسبة الى  $(D)$

3. انشئ  $(D)$  و  $(C_f)$

. III .

1. من اجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معدوم نضع:  $I_n = \int_{\frac{1}{n}}^1 x^2 \ln x dx$

▪ احسب  $I_n$  بدلالة  $n$  باستعمال المكاملة بالتجزئة

2. استنتج بدلالة  $n$  المساحة  $A(n)$  بـ  $cm^2$  للحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  والمماس  $(D)$  والمستقيمين المعرفين بالمعادلتين:

$\lim_{n \rightarrow +\infty} A(n)$  ثم احسب  $x = 1$  و  $x = \frac{1}{n}$

التنقيط	التصحيح المفصل	التصحيح المفصل	التنقيط
0.5	<p>معناه: <math>t = -\frac{2}{3}</math> : <math display="block">\begin{cases} x_{H'} + 2y_{H'} + z_{H'} - 3 = 0 \\ x_{H'} = -1 + t \\ y_{H'} = 4 + 2t ; (t \in \mathbb{R}) \\ z_{H'} = t \end{cases}</math></p> <p>ومنه <math>H' \left( -\frac{5}{3}; \frac{8}{3}; -\frac{2}{3} \right)</math></p> <p><math>d(H; (\Delta)) = HH' = \frac{5}{\sqrt{3}}</math></p> <p>4. (ا) إيجاد مجموعة النقط <math>M(x; y; z)</math> من الفضاء التي تحقق: <math>\ 2\vec{MA} - \vec{MB} + e\vec{MC}\  = \sqrt{5}(1 + e)</math></p> <p>معناه <math>\ (2 - 1 + e)\vec{MH}\  = \sqrt{5}(1 + e)</math> : معناه <math>\ \vec{MH}\  = \sqrt{5}</math> ومنه <math>(S)</math> سطح كرة مركزها النقطة <math>H</math> ونصف قطرها <math>\sqrt{5}</math></p> <p>(ب) إيجاد المستويات <math>(P_m)</math> التي تمس المجموعة <math>(S)</math> المستويات <math>(P_m)</math> تمس المجموعة <math>(S)</math> معناه:</p>	<p>التمرين 01: التحقق ان النقط <math>A, B, C</math> لا تعين مستويا وحيدا:</p> <p><math>\vec{AC} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}</math></p> <p>بما ان <math>\vec{AB} = -\vec{AC}</math> فان الشعاعين <math>\vec{AC}, \vec{AB}</math> مرتبطان خطيا وبالتالي النقط <math>A, B, C</math> على استقامة واحدة ومنه النقط <math>A, B, C</math> تعين ملا نهاية من المستويات وهي حزمة المستويات المتقاطعة وفق المستقيم المار بالنقط الثلاث</p> <p>2. <math>P(m)</math> مجموعة النقط <math>M(x; y; z)</math> من الفضاء التي تحقق:</p> <p><math>mx - y + (2 - m)z + m + 4 = 0</math> ، <math>m</math> عدد حقيقي</p> <p>(ا) نبين ان <math>P(m)</math> مستوي من اجل كل عدد حقيقي <math>m</math> لدينا من اجل كل <math>m</math> من <math>\mathbb{R}</math> الثلاثية <math>(m; -1; 2 - m) \neq (0; 0; 0)</math> ومنه <math>P(m)</math> مستوي من اجل كل عدد حقيقي <math>m</math></p> <p>(ب) نبين ان جميع المستويات <math>P(m)</math> تتقاطع في نفس المستقيم <math>(\Delta)</math> الذي يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له:</p> <p><math>mx - y + (2 - m)z + m + 4 = 0</math> يكافئ <math>(-y + 2z + 4) + m(x - z + 1) = 0</math> يكافئ <math>(x - z + 1) = 0</math> و <math>(-y + 2z + 4) = 0</math></p> <p>منه <math>(\Delta)</math> معرف بالجملة: <math>\begin{cases} x - z + 1 = 0 \\ -y + 2z + 4 = 0 \end{cases}</math> اي ان <math>\begin{cases} x = -1 + z \\ y = 4 + 2z \end{cases}</math> بوضع <math>z = t</math> ، <math>t</math> عدد حقيقي</p> <p>ومنه التمثيل الوسيطي لـ <math>(\Delta)</math> هو: <math>\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 4 + 2t \\ z = t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}</math></p>	0.5
0.75	<p>التمرين 02: نحل في <math>\mathbb{C}</math> المعادلة ذات المجهول <math>z</math>: <math>z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0</math></p> <p><math>\Delta = -4</math> ومنه <math>z_1 = \sqrt{3} - i</math> او <math>z_2 = \sqrt{3} + i</math> ومنه <math>S = \{\sqrt{3} - i; \sqrt{3} + i\}</math> كتابة الحلول على الشكل المثلي:</p> <p><math>z_1 = 2 \left( \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \right)</math></p> <p><math>z_2 = 2 \left( \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \right)</math></p> <p>(2) كتابة العدد <math>L</math> على الشكل الاسي ثم حساب <math>L^{2016}</math></p> <p>لدينا: <math>z_C = 2e^{-i\frac{\pi}{6}}, z_B = 2e^{i\frac{\pi}{6}}</math></p> <p><math>L = \frac{\sqrt{2}e^{i(-\frac{\pi}{4})}2e^{i\frac{\pi}{6}}}{2e^{-i\frac{\pi}{6}}}</math> ومنه <math>1 - i = \sqrt{2}e^{i(-\frac{\pi}{4})}</math></p> <p><math>L^{2016} = \sqrt{2}^{2016} e^{i2016\frac{\pi}{12}} = \sqrt{2}^{2016} e^{i168\pi}</math></p> <p><math>L^{2016} = \sqrt{2}^{2016}</math></p> <p>(ب) تعيين قيم العدد الطبيعي <math>n</math> حتى يكون <math>L^n</math> تخيلي صرف:</p> <p>لدينا: <math>L^n = \sqrt{2}^n e^{i(n\frac{\pi}{12})}</math> ، <math>L = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}</math></p> <p><math>L^n</math> عدد تخيلي صرف معناه <math>n\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{2} + k\pi</math> ومنه <math>k \in \mathbb{N}, n = 12k + 6</math></p>	<p>3. (ا) حساب احداثيات النقطة <math>H</math> حيث:</p> <p><math>2\vec{HA} - \vec{HB} + e\vec{HC} = \vec{0}</math></p> <p>بما ان <math>2 - 1 + e \neq 0</math> فان النقطة <math>H</math> موجودة ووحيدة هي مرجح الجملة <math>\{(A; 2); (B; -1); (C; e)\}</math></p> <p><math display="block">\begin{cases} x_H = \frac{2x_A - x_B + ex_C}{2 - 1 + e} = 0 \\ y_H = \frac{2y_A - y_B + ey_C}{2 - 1 + e} = 1 \\ z_H = \frac{2z_A - z_B + ez_C}{2 - 1 + e} = 1 \end{cases}</math> ومنه <math>H = C(0; 1; 1)</math></p> <p>(ب) المسافة بين النقطة <math>H</math> والمستقيم <math>(\Delta)</math>: لتكن النقطة <math>H'</math> المسقط العمودي <math>(\Delta)</math>، <math>\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}</math> شعاع توجيهه، <math>\vec{HH'} \begin{pmatrix} x_{H'} \\ y_{H'} - 1 \\ z_{H'} - 1 \end{pmatrix}</math></p> <p>معناه <math>\begin{cases} \vec{HH'} \cdot \vec{u} = 0 \\ H' \in (\Delta) \end{cases}</math></p>	0.5

$$u_2 = \frac{e^2}{4} \approx 1.85, u_1 = e \approx 2.71 \quad (1)$$

$$u_4 = \frac{e^4}{256} \approx 0.21, u_3 = \frac{e^3}{27} \approx 0.74,$$

$$0 < u_5 = \frac{e^5}{3125} \approx 0.05, \text{ متناقصة ونهايتها } 0$$

$$(a) \text{ اثبات ان: } v_n = n - n \ln(n)$$

$$v_n = \ln n = n - n \ln n \quad (1)$$

(ب) ادرس اتجاه تغير  $(v_n)$  ثم استنتج ان  $(u_n)$  متناقصة:

$$v_n = f(n) \text{ والدالة } f \text{ متناقصة على المجال } [1; +\infty[$$

وبالتالي  $(v_n)$  متناقصة وبما ان  $u_n = e^{v_n}$  والدالة الاسية

متزايدة فان اتجاه تغير  $(u_n)$  هو اتجاه تغير  $(v_n)$  اي  $(u_n)$

متناقصة

(ج) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معدوم:

$$0 < u_n \leq e$$

بما ان  $(u_n)$  متناقصة فان  $u_n \leq u_0 = e$  ولدينا

$$0 < u_n \leq e \text{ اي } u_n > 0 \text{ وبالتالي } e^n > 0, n^n > 0$$

(د) استنتج ان المتتالية  $(u_n)$  متقاربة وعين نهايتها.

$(u_n)$  متناقصة ومحدودة من الاسفل فهي متقاربة.

ولدينا  $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(n) = -\infty$  اي

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n) = 0 \text{ وبالتالي } \lim_{n \rightarrow +\infty} \ln u_n = -\infty$$

التمرين 04:

الجزء 1:  $D_f = \mathbb{R}, f(x) = e^{-x} \ln(1 + e^x)$

$$(2) \text{ بوضع } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \frac{\ln(1+e^x)}{e^x} \right]$$

$$\text{ومنه } \lim_{t \rightarrow 0} \left[ \frac{\ln(1+t)}{t} \right] = 1 \text{ نجد: } t = e^x$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$$

التفسير الهندسي:  $(C_f)$  يقبل مستقيم مقارب افقي معادلته  $y = 1$

بجوار  $-\infty$

(3) (ا) لدينا من اجل كل عدد حقيقي  $x$ :

$$f(x) = e^{-x} [\ln e^x + \ln(e^{-x} + 1)] \text{ ومنه}$$

$$f(x) = \frac{x}{e^x} + e^{-x} \ln(1 + e^{-x})$$

(ب) حساب نهاية  $f$  عند  $+\infty$  وتفسيرها هندسيا:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \text{ لان}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{x}{e^x} + e^{-x} \ln(1 + e^{-x}) \right] = 0$$

التفسير الهندسي:  $(C_f)$  يقبل مستقيم مقارب افقي معادلته  $y = 0$

بجوار  $+\infty$

$$(4) D_g = ]-1; +\infty[, g(x) = \frac{t}{1+t} - \ln(1+t)$$

(ا) دراسة تغيرات الدالة  $g$ :

$$\text{النهايات: } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$$

من اجل كل عدد حقيقي  $t$  من  $[0; +\infty[$  ولدينا:

$$g'(x) = \frac{1}{(1+t)^2} - \frac{1}{1+t} = \frac{-t}{(1+t)^2}$$

(1) (ا) نبين انه يوجد دوران  $r$  مركزه النقطة  $B$  ويحول  $A$  الى  $C$

يطلب تعيين زاويته:

ليكن  $r$  تحويل عبارته المركبة من الشكل  $z' = az + b$  حيث

$b, a$  عددان مركبان

$$\text{لدينا معناه } \begin{cases} r(A) = C \\ r(B) = B \end{cases} \text{ ومنه: } a = \frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} = -\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$b = z_B(1 - a) = 2\sqrt{3}$$

$$\text{ومنه: } z' = \left(-\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}\right) z + 2\sqrt{3}$$

$$|a| = \left| -\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right| = 1$$

فان  $r$  هو دوران مركزه  $B$  وزاويته  $\frac{2\pi}{3}$

(ب) استنتاج طبيعة المثلث  $ABC$  وحساب مساحته

$$\text{لدينا: } \arg\left(\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right) = (\overline{BA}; \overline{BC}) = \frac{2\pi}{3} \text{ و } AB = BC$$

المثلث  $ABC$  متقايس الاضلاع

$$\text{لتكن } z_{B'} = \frac{z_B + z_C}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} + i \frac{1}{2}, [AC]$$

ارتفاع وعمود ومتوسط ومحور متعلق ب:  $[AC]$  في

$$\text{المثلث } ABC \text{ المتقايس الضلعين مساحته } S = \frac{BB' \times AC}{2}$$

$$BB' = |z_{B'} - z_B| = 1, AC = |z_C - z_A| = 2\sqrt{3}$$

$$\text{ومنه: } S = \sqrt{3}ua$$

(1) (ا) تعيين  $(E_1)$  مجموعة النقط  $M$  ذات اللاحقة  $z$  بحيث يكون

$$\text{العدد } \frac{z - \sqrt{3} + i}{z - 2i} = \frac{z - z_C}{z - z_A} \text{ حقيقي موجب: لدينا}$$

$$\arg\left(\frac{z - z_C}{z - z_A}\right) = 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \text{ معناه } \arg\left(\frac{z - z_C}{z - z_A}\right) = (\overline{MA}; \overline{MC}) = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

المستقيم  $(AC)$  باستثناء القطعة  $[AC]$  هي

(ب) تعيين  $(E_2)$  مجموعة النقط  $M$  ذات اللاحقة  $z$  بحيث يكون

$$iz = -1 + i\sqrt{3} + 2ie^{i\theta} \text{ عندما } \theta \text{ يسمح } \mathbb{R}$$

$$\text{لدينا: } iz = i(i + \sqrt{3} + \text{اي } iz = -1 + i\sqrt{3} + 2ie^{i\theta})$$

$$z = \sqrt{3} + i + 2e^{i\theta} \text{ اي ان: } z = \sqrt{3} + i + 2e^{i\theta}$$

$\theta$  يسمح  $\mathbb{R}$  ومنه:  $(E_2)$  هي دائرة مركزها

النقطة  $B$  ونصف قطرها 2

التمرين 03:

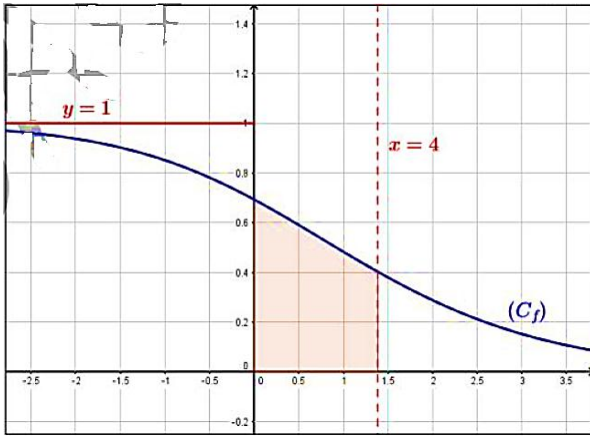
(1) دراسة تغيرات الدالة  $f$

$$f'(x) = -\ln x$$

$x$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		+	-
$f(x)$		0	$-\infty$

احسب الحدود:  $u_5, u_4, u_3, u_2, u_1$  ثم ضع تخميننا حول اتجاه

0.5



تغيرها ونهايتها

0.5

نلاحظ انه من اجل كل عدد حقيقي  $t$  من  $[0; +\infty[$  :  $g'(x) < 0$

جدول التغيرات :

$t$	0	$+\infty$
$g'(t)$		-
$g(t)$	0	$-\infty$

0.5

0.75

من جدول التغيرات نستنتج انه من اجل كل عدد حقيقي موجب تماما

ان  $t$  :  $g(t) < 0$

(1) حساب  $f'(x)$  :

لدينا الدالة  $f$  قابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$  ولدينا :

$$f'(x) = -e^{-x} \ln(1 + e^x) + \frac{e^x}{1+e^x} \times e^{-x}$$

0.5

ومنه بعد التبسيط نجد :  $f'(x) = \frac{g(e^x)}{e^x}$

(ب) من اجل كل عدد حقيقي  $x$  نضع  $t = e^x$  نجد  $\frac{g(t)}{t} < 0$  ومنه

نجد  $\frac{g(e^x)}{e^x} < 0$  اي  $f'(x) < 0$  ومنه  $f$  متناقصة على مجموعة

تعريفها

جدول التغيرات :

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$		-
$f(x)$	1	0

0.5

(ج) انشاء  $(C_f)$  : (انظر في اخر الصفحة)

الجزء 2:  $\int_0^x f(t) dt$

0.5

(1) لدينا من اجل كل عدد حقيقي  $t$  :  $\frac{1}{1+e^t} = 1 - \frac{e^t}{1+e^t}$

(2) حساب التكامل بالتجزئة :

نضع :  $\begin{cases} u'(t) = \frac{e^t}{1+e^t} \\ v'(t) = -e^{-t} \end{cases}$  و  $\begin{cases} u(t) = \ln(1 + e^t) \\ v(t) = e^{-t} \end{cases}$  ومنه :

0.75

$$F(x) = [\ln(1 + e^t) \times (-e^{-t})]_0^x - \int_0^x -e^{-t} \times \frac{e^t}{1+e^t} dt$$

$$F(x) = [\ln(1 + e^t) \times (-e^{-t})]_0^x - \int_0^x \frac{1}{1+e^t} dt$$

$$F(x) = [\ln(1 + e^t) \times (-e^{-t})]_0^x - \int_0^x \left(1 - \frac{e^t}{1+e^t}\right) dt$$

$$= -f(x) - \ln\left(\frac{1+e^x}{e^x}\right) + 2 \ln 2$$

(3) حساب المساحة :

0.75

$$\int_0^{\ln 4} f(x) dx = \left[ -f(x) - \ln\left(\frac{1+e^x}{e^x}\right) + 2 \ln 2 \right]_0^{\ln 4}$$

بعد الحساب نجد :

$$\int_0^{\ln 4} f(x) dx = \frac{-25 \ln 5}{2} + 10 \ln 2 \text{ cm}^2$$

التنقيط	التصحیح المفصل	التصحیح المفصل	التنقيط
0.5	<p>تعيين معادلة ديكارتية للمستوى <math>(ABC)</math> هي :</p> $2x - 2y + z = 1$ <p>(1) إيجاد <math>\vec{u}</math> احد اشعة توجيه المستقيم <math>(\Delta)</math> تمثيله الوسيطي</p>	<p>التمرين 01:</p> <p>1. اثبت ان حلول المعادلة <math>(E)</math> هي الثنائيات <math>(x; y)</math> حيث <math>x = 8k - 1</math>، <math>y = 3k - 1</math>، و <math>k \in \mathbb{Z}</math></p> <p>ومنه : <math>3(x + 1) = 8(y + 1)</math></p> <p>3 يقسم الجداء <math>8(y + 1)</math> واولي مع فهو يقسم <math>y + 1</math></p> <p>يعني <math>y = 3k - 1</math> حيث <math>k \in \mathbb{Z}</math> وبتعويض في نجد <math>x = 8k - 1</math></p> <p>يستلزم <math>\begin{cases} n = 3x + 2 \\ n = 8y + 7 \end{cases}</math> يعني <math>3x + 2 = 8y + 7</math></p> <p><math>3x - 8y = 5</math> ومنه <math>(x; y)</math> حل للمعادلة <math>(E)</math></p> <p>2. اثبات ان <math>(x; y)</math> حل للمعادلة <math>(E)</math> :</p> $\begin{cases} n = 3x + 2 \\ n = 8y + 7 \end{cases} \text{ يكافئ } \begin{cases} n \equiv 2[3] \\ n \equiv 7[8] \end{cases}$ <p>(ب) اثبت ان <math>n</math> حل للجملة <math>(S)</math> اذا وفقط اذا كان <math>n \equiv 23[24]</math></p> <p><math>(x; y)</math> حل للمعادلة <math>(E)</math> حسب السؤال (2) ومنه <math>x = 8k - 1</math> و <math>y = 3k - 1</math> اذن <math>n = 3x + 2 = 24k - 1</math> يعني <math>n \equiv -1[24]</math> ومنه <math>n \equiv 23[24]</math></p> <p>فرض ان يعني ومنه <math>\begin{cases} n - 2 = 24k + 21 \\ n - 7 = 24k + 16 \end{cases}</math> يعني <math>\begin{cases} n - 2 = 3(7k + 8) \\ n - 7 = 8(8k + 7) \end{cases}</math></p> <p>3. تأكد ان 2015 حل للجملة <math>(S)</math> :</p> <p>لدينا <math>2015 = 3 \times 671 + 2 \equiv 2[3]</math> و <math>2015 = 8 \times 251 + 7 \equiv 7[8]</math> يعني ان <math>2015 \equiv 23[24]</math> اذن <math>2015 \equiv 23[24]</math> اذن <math>2015 \equiv 23[24]</math> اذن <math>2015^{1436} \equiv (-1)^{1436}[24] \equiv 1[24]</math> اذن <math>2015^{1436} - 1 \equiv 0[24]</math> يعني ان <math>2015^{1436} - 1</math> يقبل القسمة على 24</p>	0.5 0.5 0.5 0.75 0.75 0.75 0.5 0.5 0.5
0.75	<p>هو <math>\begin{cases} x = 1 - \ln(t) \\ x = -\ln\left(\frac{e}{t}\right) \\ z = -1 + \ln(e^2 t) \end{cases}</math> ; <math>t \in ]0; +\infty[</math> كافئ</p> <p>بوضع <math>\begin{cases} x = 1 - \ln(t) \\ y = -1 + \ln(t) \\ z = 1 + \ln(t) \end{cases}</math> ; <math>t \in ]0; +\infty[</math></p> <p>نجد <math>k \in \mathbb{R}</math> ومنه <math>\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}</math> ومنه <math>\begin{cases} x = 1 - k \\ y = -1 + k \\ z = 1 + k \end{cases}</math></p> <p>نقطة من <math>(\Delta)</math> هي <math>L(1; -1; 1)</math></p> <p>(ب) لتكن <math>M(x; y; z)</math> نقطة من المستقيم <math>(\Delta)</math> إيجاد <math>EM^2</math> بدلالة <math>t</math></p>		0.5 0.5 0.5 0.75 0.75 0.75 0.5 0.5 0.5
0.5	<p>ومنه <math>EM^2 = (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2</math></p> <p>اي <math>EM^2 = (\ln(t))^2 + (\ln(t))^2 + (\ln(t) - 1)^2</math></p> <p><math>EM^2 = 3(\ln(t))^2 - 2\ln(t) + 1</math></p> <p>(ج) إيجاد اصغر قيمة <math>EM^2 = f(t)</math> وندرس اتجاه تغير الدالة <math>f</math> نجد ان <math>f'(t) = \frac{2(3\ln(t)-1)}{t}</math> تنعدم <math>f'</math> عند <math>t = e^{\frac{1}{3}}</math> وسالبة على المجال <math>]0; e^{\frac{1}{3}}[</math> ومنه <math>f</math> متناقصة على المجال <math>]0; e^{\frac{1}{3}}[</math> ومتزايدة على المجال <math>]e^{\frac{1}{3}}; +\infty[</math> اذن اصغر قيمة تصلها <math>EM^2</math> عندما <math>t = e^{\frac{1}{3}}</math> اي <math>t = \frac{2}{3}</math> ومنه المسافة بين النقطة <math>E</math> والمستقيم <math>(\Delta)</math> هي <math>\frac{2}{3}</math></p>		0.5 0.75 0.75 0.75 0.5 0.5 0.5
0.25	<p>(د) استنتاج احداثيات <math>H</math> المسقط العمودي للنقطة <math>E</math> على المستقيم <math>(\Delta)</math> نعوض في التمثيل الوسيطي <math>t = e^{\frac{1}{3}}</math> هي <math>H\left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)</math></p> <p>(و) كتابة معادلة سطح الكرة <math>(S)</math> التي مركزها <math>E</math> ويمس المستقيم <math>(\Delta)</math> هي مجموعة النقط <math>M(x; y; z)</math> حيث <math>x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z + \frac{16}{3} = 0</math></p> <p><math>(x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2 = \frac{2}{3}</math></p> <p>(2) ا) تبين ان المثلث <math>ABC</math> قائم في <math>A</math> لدينا <math>\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0</math> ومنه <math>\vec{AB} \perp \vec{AC}</math></p> <p>محقة</p> <p>حساب مساحة المثلث <math>ABC</math> : <math>S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC = \frac{87}{4}</math></p> <p>(ب) حساب حجم رباعي الوجوه <math>ABCD</math> نحسب <math>d(D; (ABC)) = \frac{4}{3}</math> ومنه الحجم <math>V_{ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot d = \frac{87}{9}</math></p>		0.25 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5
0.5		<p>1. اثبات ان النقط <math>A, B, C</math> تعين مستويا <math>(ABC)</math> لدينا</p> <p><math>\vec{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}</math>، <math>\vec{AC} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -7 \end{pmatrix}</math> : بما ان <math>\frac{3}{4} \neq 8</math> فان النقط <math>A, B, C</math> تعين مستويا</p> <p>(ب) التحقق ان الشعاع <math>\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}</math> ناظمي للمستوى <math>(ABC)</math> نحسب <math>\vec{AC} \cdot \vec{n} = 8 - 7 - 1 = 0</math> و <math>\vec{AB} \cdot \vec{n} = 6 - 8 + 2 = 0</math></p> <p>اذن محقة</p>	0.5 0.5 0.5



لندرس قابلية اشتقاق  $f$  على يمين  $0$  :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{2}x^2(3 - \ln x^2) + 1 - 1}{x} = 0$$

ومنه قابلة للاشتقاق على يمين  $0$  والمنحنى  $(C_f)$  يقبل نصف مماس موازي لمحور الفواصل عند النقطة  $(0; 1)$

(1) دراسة اتجاه تغير الدالة  $f$

0.5

حساب المشتق: الدالة  $f$  قابلة للاشتقاق على المجال  $]0; +\infty[$

حيث  $f'(x) = x(3 - 2 \ln x) - x$  ومنه

$$f'(x) = 2x(1 - \ln x)$$

إشارة  $f'(x)$  هي إشارة  $(1 - \ln x)$  لأن  $2x > 0$

$f'(x) \geq 0$  يكافئ  $(1 - \ln x) \geq 0$  يكافئ  $\ln x \leq 1$

أي  $x \leq e$  أي  $x \in ]0; e]$  إذن:

$f'(x) \geq 0$  يكافئ  $x \in ]0; e]$  ومنه الدالة  $f$  متزايدة تماما

ونستنتج  $f'(x) \leq 0$  يكافئ  $x \in [e; +\infty[$

متناقصة تماما

جدول تغيرات الدالة  $f$ :

$x$	$0$	$e$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$
$f(x)$	$1$	$\frac{1}{2}e^2 + 1$	$-\infty$

0.5

(1) تبيان انه يوجد عدد حقيقي  $\alpha$  وحيد حيث  $\alpha \geq 0$

0.5

و  $f(\alpha) = 0$  من جدول التغيرات نجد الدالة  $f$  متناقصة تماما

على  $[e; +\infty[$  ومستمرة على هذا المجال ولدينا:

و  $f(e) = \frac{1}{2}e^2 + 1$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$  إذن

حسب مبرهنة القيم المتوسطة فان المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل

حلا  $\alpha$  وحيدا في المجال  $[e; +\infty[$  يحقق  $f(\alpha) = 0$

التحقق ان:  $4.6 \leq \alpha \leq 4.7$  لدينا  $\times (4.7)$

$f(4.6) < 0$  ومنه  $4.6 \leq \alpha \leq 4.7$

(2) كتابة معادلة المماس  $(D)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات

الفاصلة 1:

$(D): y = f'(x)(x - 1) + f(1)$  ومنه:

$$(D): y = 2x + \frac{1}{2}$$

لدينا  $g(x) = f(x) - 2x - \frac{1}{2}$

0.5

حساب  $g'(x)$  و  $g''(x)$ :

الدالة  $g$  قابلة للاشتقاق على المجال  $]0; +\infty[$  حيث

$g'(x) = f'(x) - 2$  أي  $g'(x) = 2x(1 - \ln x)$

0.5

الدالة  $g'$  قابلة للاشتقاق على المجال  $]0; +\infty[$  حيث:

$g''(x) = 2(1 - \ln x) + 2x \left(-\frac{1}{x}\right)$

$$g''(x) = -2 \ln x$$

التمرين 03:

1. (ا) احسب العدد المركب  $(\sqrt{3} + i)^2$

0.25

$$(\sqrt{3} + i)^2 = 2 + 2\sqrt{3}i$$

استنتاج:  $z^2 = 2 + 2\sqrt{3}i$  معناه:  $z^2 = (\sqrt{3} + i)^2$  معناه:

$$z = -\sqrt{3} - i \text{ او } z = \sqrt{3} + i$$

0.5

$$z^2 = (i(\sqrt{3} + i))^2 \text{ معناه: } z^2 = -2 - 2\sqrt{3}i$$

$$\text{معناه: } z = 1 + \sqrt{3}i \text{ او } z = -1 - \sqrt{3}i$$

$$S = \{-\sqrt{3} - i; \sqrt{3} + i; 1 - \sqrt{3}i; -1 + \sqrt{3}i\}$$

(ب) التحقق:  $P(z) = (z^2 + 2 + 2\sqrt{3}i)(z^2 - 2 - 2\sqrt{3}i)$

$$= z^4 + 8 - 8\sqrt{3}i$$

0.25

(ا) اكتب الاعداد المركبة  $A, B, C, D$  على الشكل الاسي

$$z_C = 2e^{i(\frac{7\pi}{6})}, z_B = 2e^{i(\frac{2\pi}{3})}, z_A = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$$

0.5

$$z_D = 2e^{i(\frac{2\pi}{3})}$$

(ب) تعليم النقط:

0.5

$OA = OB = OC = OD = 2$  ونصف قطر الدائرة هو 2

0.5

$$\frac{z_A + z_B}{z_A + z_D} = \frac{z_A - z_D}{z_A - z_B} = \frac{z_D - z_A}{z_B - z_A} = i \text{ و } \frac{z_A + z_B}{z_A + z_D} = i$$

0.25

التفسير:  $(\overline{AB}; \overline{AD}) = \frac{\pi}{2}$  و  $AD = AB$

فالمثلث  $ABD$  قائم في  $A$  ومتساوي الساقين

0.75

$$3. T: z' = e^{i\frac{\pi}{2}}z$$

0.5

(ا) عين طبيعة التحويل  $T$  محدد عناصره المميزة

$T$  دوران مركزه  $O$  وزاويته  $\frac{\pi}{2}$

$$T(A) = B: \text{معناه } z_B = 2e^{i\frac{\pi}{2}} \times 2e^{i\frac{\pi}{2}} = e^{i\frac{\pi}{2}} \times 2e^{i\frac{\pi}{2}}$$

$$T(B) = C \text{ معناه } z_C = 2e^{i\frac{2\pi}{3}} \times 2e^{i\frac{2\pi}{3}}$$

$$T(C) = D \text{ معناه } z_D = 2e^{i\frac{7\pi}{6}} \times 2e^{i\frac{7\pi}{6}}$$

0.5

$$P(z') = P(e^{i\frac{\pi}{2}}z) = (iz)^4 + 8 - 8\sqrt{3}i = P(z)$$

0.25

$$P(z_A) = 0$$

0.25

لدينا:  $P(z_A) = P(z_B)$  ومنه  $P(z_B) = 0$

$$P(z_C) = 0 \text{ ومنه } P(z_B) = P(z_C)$$

$$P(z_D) = 0 \text{ ومنه } P(z_C) = P(z_D)$$

0.25

إذا حلول المعادلة  $P(z) = 0$  هي:

$$S = \{-\sqrt{3} - i; \sqrt{3} + i; 1 - \sqrt{3}i; -1 + \sqrt{3}i\}$$

التمرين 04:

1. لدينا  $f(x) = \frac{1}{2}x^2(3 - \ln x^2 + 1; x > 0)$

0.25

$$f(0) = 1$$

2. حساب نهاية  $f$  عند  $+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

0.25

3. دراسة قابلية اشتقاق  $f$  عند  $0$

من الواضح ان  $f$  غير قابلة للاشتقاق عند لانها ليست نعرفة على يسار

0.5

0

2) استنتاج بدلالة  $n$  المساحة  $A(n)$ :

بما ان  $0 < x < 1$  اي  $0 < \frac{1}{n} \leq x \leq 1$  فان

$$f(x) - 2x - \frac{1}{2} > 0$$

حسب السؤال 2 من الجزء II اي من اجل  $\frac{1}{n} \leq x \leq 1$  فان

$$f(x) - 2x - \frac{1}{2} > 0$$

وبالتالي : ولدينا :  $A(n) = \int_{\frac{1}{n}}^1 (f(x) - (2x + \frac{1}{2})) dx$

$$f(x) - (2x + \frac{1}{2}) = \frac{3}{2}x^2 - 2x + \frac{1}{2} - x^2 \ln x$$

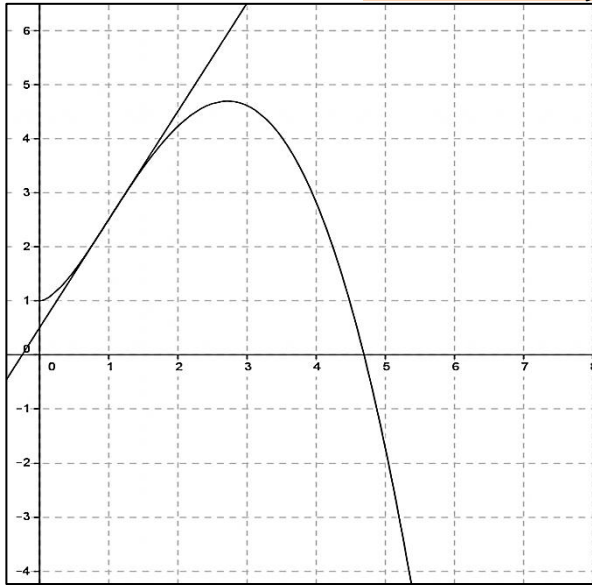
ومنه :  $A(n) = \left[ \frac{x^3}{2} - x^2 + \frac{x}{2} \right]_{\frac{1}{n}}^1 - I_n$  بعد التبسيط نجد :

$$A(n) = \left( -\frac{11}{18n^3} + \frac{1}{n^2} - \frac{1}{2n} + \frac{1}{3} \left( \frac{\ln(n)}{n^3} \right) + \frac{1}{9} \right) \times 4cm^2$$

حساب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} A(n)$

لدينا :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln(n)}{n^3} = 0$  ومنه نجد :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} A(n) = \frac{4}{9}$$



دراسة اتجاه تغير  $g'$

$g''(x) \geq 0$  يكافئ  $-2 \ln x \geq 0$  يكافئ  $\ln x \leq 0$  يكافئ

$0 < x \leq 1$  اذن الدالة  $g'$  متزايدة تماما على  $]0; 1]$

$g''(x) < 0$  يكافئ  $-2 \ln x < 0$  يكافئ  $\ln x > 0$

يكافئ  $x < 1$  اذن الدالة  $g'$  متناقصة تماما على  $]1; +\infty[$

جدول تغيرات الدالة  $g'$ :

$x$	0	1	$+\infty$
$g''(x)$	+	0	-
$g'(x)$		0	

اشارة الدالة  $g'$  على المجال  $]0; +\infty[$ :

من جدول التغيرات الدالة  $g'$  نجد من اجل كل عدد حقيقي  $x$ :

$$g'(x) \leq 0$$

4. تحديد اتجاه تغير الدالة  $g$ :

لدينا من السؤال 1.  $g'(x) \leq 0$  ومنه الدالة  $g$  متناقصة تماما على

المجال  $]0; +\infty[$

جدول تغيرات الدالة  $g$ :

$x$	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	-
$g(x)$	1	0	

من جدول تغيرات الدالة  $g$  نجد :  $g(x) \geq 0$  من اجل  $x \in ]0; 1]$  ،

$$g(x) \leq 0$$
 من اجل  $x \in ]1; +\infty[$

استنتاج وضعية  $(C_f)$  بالنسبة الى يعود الى  $(D)$  دراسة اشارة

الفرق  $f(x) - 2x - \frac{1}{2}$  اشارة  $g(x)$

$x$	0	1	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-
الوضعية	$(C_f)$ فوق $(D)$		$(C_f)$ تحت $(D)$

5. انشاء  $(C_f)$  و  $(D)$ :

6. (1) حساب بدلالة باستعمال الكاملة بالتجزئة :

لدينا :  $I_n = \int_{\frac{1}{n}}^1 x^2 \ln x dx$

$$\left\{ \begin{array}{l} u(x) = \frac{x^3}{3} \\ v(x) = \frac{1}{x} \end{array} \right. \text{ ونضع : } \left\{ \begin{array}{l} u'(x) = x^2 \\ v(x) = \ln x \end{array} \right.$$

اذن :  $I_n = \left[ \frac{x^3}{3} \ln x \right]_{\frac{1}{n}}^1 - \int_{\frac{1}{n}}^1 \frac{1}{3} x^2 \times \frac{1}{x} dx$

ومنه بعد التبسيط نجد :  $I_n = \frac{1}{3n^3} \left( \frac{1}{3} + \ln n \right) - \frac{1}{9}$

0.75

0.75

0.5

0.25

0.25

0.25

0.5

0.5

0.75