

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع الأول على (04) صفحات (من الصفحة 1 من 7 إلى الصفحة 4 من 7)

التمرين الأول: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على \mathbb{N} بالعلاقة: $U_0 = 2$ و $U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n + \frac{1}{3}n + 1$

1) أحسب الحدود $U_1; U_2; U_3$ ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n)

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: U_n \leq n + 3$

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) و استنتج أنها محدودة من الأسفل

ج) هل يمكن القول أن المتتالية (U_n) متقاربة؟

3) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على \mathbb{N} بالعلاقة: $V_n = U_n - n$

أ) برهن أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

ب) عبر عن V_n ثم U_n بدلالة n ثم احسب نهاية المتتالية (U_n)

ج) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$

4) لتكن المتتالية (t_n) المعرفة على \mathbb{N} بالعلاقة: $t_n = \ln(V_n)$

أ) برهن أن المتتالية (t_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

ب) احسب بدلالة n المجموع T_n حيث: $T_n = t_0 + t_1 + t_2 + \dots + t_n$

• استنتج بدلالة n الجداء P_n حيث: $P_n = V_0 \times V_1 \times V_2 \times \dots \times V_n$

التمرين الثاني: (5.5 نقاط)

I. نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} كثير الحدود $P(Z)$ للمتغير المركب Z حيث:

$$P(Z) = Z^3 - (1 + \sqrt{2}i)Z^2 + (1 + \sqrt{2}i)Z - \sqrt{2}i$$

(1) بين أن المعادلة $P(Z) = 0$ تقبل حلا تخيلا صرفا Z_0 يطلب تعيينه.

II. في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس (O, \vec{u}, \vec{v}) نعتبر النقط $D; C; B; A$ التي لواحقها على

$$Z_D = -1 + \sqrt{3}i \text{ و } Z_C = -3 + i \text{ و } Z_B = -1 + 3i \text{ و } Z_A = 1 + i$$

(1) أ) أنشئ في المعلم (O, \vec{u}, \vec{v}) النقط $D; C; B; A$ مع شرح كيفية إنشاء النقطة D

ب) h هو التحاكي الذي نسبته 2 و يحول A إلى C . عين لاحقة النقطة w مركز التحاكي h

$$(2) \text{ نضع } L = \frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B}$$

أ) احسب طولية وعمدة العدد المركب L مستنتجا طبيعة المثلث CBA

ب) عين مجموعة الأعداد الطبيعية n بحيث يكون: L^n تخيلا صرفا

(3) لتكن النقطة G بحيث: $\vec{GC} = \vec{AB}$ و لتكن I منتصف القطعة: $[BC]$

أ) بين أن النقطة G هي مرجح النقط $A; B; C$ مرفقة بمعاملات حقيقية يطلب تعيينها.

ب) عين لاحقة النقطة G و Z_I لاحقة النقطة I

$$(ج) \text{ عين ثم أنشئ مجموعة النقط } \mathcal{M} \text{ من المستوي بحيث: } \left\| \vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC} \right\| = \frac{1}{2} \left\| \vec{MB} + \vec{MC} \right\|$$

(4) نعتبر النقطة E ذات اللاحقة $Z_E = 1 + 5i$

أ) عين العناصر المميزة للتشابه المباشر \mathcal{S} والذي يحول G إلى I و يحول E إلى A

ب) ما هي صورة الدائرة (\mathcal{R}) التي مركزها G و تشمل E بالتشابه المباشر \mathcal{S} ؟

ج) عين طبيعة التحويل النقطي $\mathcal{S} \circ \mathcal{S}$ و عناصره المميزة.

التمرين الثالث: (06 نقاط)

I. (γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto e^{-2x}$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة

$y = 4x + 2$. α هي فاصلة نقطة تقاطع (Δ) و (γ).

لتكن g الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = e^{-2x} - 4x - 2$

(1) بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة لـ: (Δ) على \mathbb{R}

(2) بين أن: $g(x) \geq 0$ من أجل: $x \in]-\infty; \alpha]$ و أن: $g(x) < 0$ من أجل $x \in]\alpha; +\infty[$

(3) تحقق أن: $-0.16 < \alpha < -0.15$

II. لتكن f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x + 3 - 2xe^{2x}$. و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب

إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ وحدة الطول $2cm$

(1) أ) أحسب نهايات الدالة f

(ب) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f'(x) = e^{2x} g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(2) أ) بين أن المنحني (C_f) يقبل مستقيما مقاربا (D) يطلب تعيين معادلة له.

(ب) أدرس الوضع النسبي بين المنحني (C_f) و المستقيم (D)

(3) بين أن: $f(\alpha) = \frac{2\alpha^2 + 6\alpha + 3}{2\alpha + 1}$

(4) أثبت أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (D) يطلب كتابة معادلة له

(5) أ) أرسم (D) و (T) و (C_f) (نأخذ $f(\alpha) \simeq 3.07$)

(ب) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة: $f(x) = x + m$ حلين متمايزين.

(6) أ) x عدد حقيقي. باستعمال التكامل بالتجزئة جد التكامل: $\int_0^x 2te^{2t} dt$

(ب) λ عدد حقيقي أصغر تماما من 0. أحسب بدلالة λ المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و

المستقيمات ذات المعادلات: $x = 0$ و $x = \lambda$ و $y = x + 3$ ثم أحسب: $\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} A(\lambda)$

التمرين الرابع: (3.5 نقاط)

1) أ) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 10

• استنتج باقي قسمة العدد A_n على 10 حيث:

$$A_n = 1993^{16n+6} - 2 \times 1439^{2n+3} + 2018$$

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $(3n + 4)1439^n + 2017^{2n+1} \equiv (3n + 1)3^{2n} [10]$

ب) استنتج قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها: $(3n + 4)1439^n + 2017^{2n+1}$ مضاعفا لـ 10

3) \mathcal{N} عدد طبيعي يكتب $\alpha\alpha 0\alpha\alpha 02$ في نظام التعداد ذي الأساس 3 و يكتب $\beta 612$ في النظام ذي الأساس 7

• أوجد العددين α و β ثم اكتب \mathcal{N} في النظام العشري.

4) يحتوي كيس على 4 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس مرقمة ببواقي قسمة 3^n على 10. نسحب عشوائيا من الكيس

كرتين في آن واحد.

أ) أحسب احتمال الحصول على كرتين مجموع رقميهما يساوي مجموع أرقام العدد 2017

ب) X المتغير العشوائي الذي يرفق بعملية السحب مجموع الرقمين الظاهرين على الكرتين.

• عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع الثاني على (03) صفحات (من الصفحة 5 من 7 إلى الصفحة 7 من 7)

التمرين الأول: (4.5 نقاط)

الدالة المعرفة على المجال $[0; 2]$ بـ: $f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$. المنحني (C_f) في الوثيقة المرفقة هو التمثيل البياني للدالة f في المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) المتتاليتان (U_n) و (V_n) معرفتان من أجل كل عدد طبيعي n بـ:

$$\begin{cases} V_0 = 2 \\ V_{n+1} = f(V_n) \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$$

• باستعمال (C_f) و منتصف الربع الأول مثل على محور الفواصل الثلاث حدود الأولى لكل متتالية مبرزا خطوط الإنشاء

2) أ) بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq U_n \leq 2$ و $U_n \leq U_{n+1}$

ج) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq V_n \leq 2$ و $V_{n+1} \leq V_n$

د) ماذا تستنتج بالنسبة لتقارب كل من المتتاليتين (U_n) و (V_n) ؟ علل.

3) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $V_{n+1} - U_{n+1} = \frac{V_n - U_n}{(V_{n+1})(U_{n+1})}$

• استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $V_{n+1} - U_{n+1} \leq \frac{1}{4}(V_n - U_n)$

ب) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n - U_n \leq \left(\frac{1}{4}\right)^n$

ج) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n - U_n \geq 0$

• استنتج أن (U_n) و (V_n) متتاليتان متجاورتان يطلب تعيين نهاية كل منهما.

التمرين الثاني: (6.5 نقاط)

I. حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة: $(Z^2 + 3 - 4i)(Z^2 - 2(\sqrt{3} + 1)Z + 2\sqrt{3} + 5) = 0$

II. في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس (O, \vec{u}, \vec{v}) نعتبر النقط A و B و C و D التي لواحقها على

الترتيب: $Z_A = 1$ و $Z_B = 1 + 2i$ و $Z_C = 1 + \sqrt{3} + i$ و $Z_D = \overline{Z_C}$

1) أ) أكتب $Z_C - Z_B$ على الشكل الاسي ثم اشرح طريقة إنشاء C و D

ب) أنشئ النقط A و B و C و D

2) أحسب $(Z_C - Z_B)^{2015}$ (تعطى النتيجة على الشكل الجبري)

3) أ) أحسب قيسا للزاوية $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

• استنتج طبيعة التحويل f الذي مركزه A و يحقق $f(B) = C$ ثم عين عبارته المركبة و عناصره المميزة

4) أثبت أن الرباعي $ABCD$ هو معين يطلب تعيين مساحته

5) لتكن Z_K لاحقة النقطة K صورة النقطة $E(0; 1)$ بواسطة التحويل f

أ) بين أن $Z_K = \sqrt{2}e^{\frac{5\pi}{12}i} + 1$ ثم استنتج القيمة المضبوطة لـ: $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

6) اكتب العبارة المركبة للتحاكي h الذي مركزه A و نسبته -3 ثم عين صورة النقطة E بالتحاكي h

7) أ) عين طبيعة للتحويل $f \circ h = S$ و عناصره المميزة ثم اكتب عبارته المركبة.

ب) أحسب مساحة المعين $A'B'C'D'$ صورة المعين $ABCD$ بواسطة التحويل S

التمرين الثالث: (03 نقاط)

I. يحتوي كيس U_1 على 9 كريات لا نفرق بينها باللمس منها 4 كريات بيضاء و 3 كريات سوداء و كرتين حمراوين.

نسحب عشوائيا و في آن واحد 3 كريات من الكيس U_1

1) أحسب احتمال الحادثين: E "الكرات المحصل عليهما من نفس اللون". F "توجد على الأقل كرة حمراء".

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بعملية السحب العدد $2n - 1$ حيث n هو عدد الكريات البيضاء المتبقية في الكيس

أ) بين أن قيم المتغير العشوائي X هي: $\{1; 3; 5; 7\}$

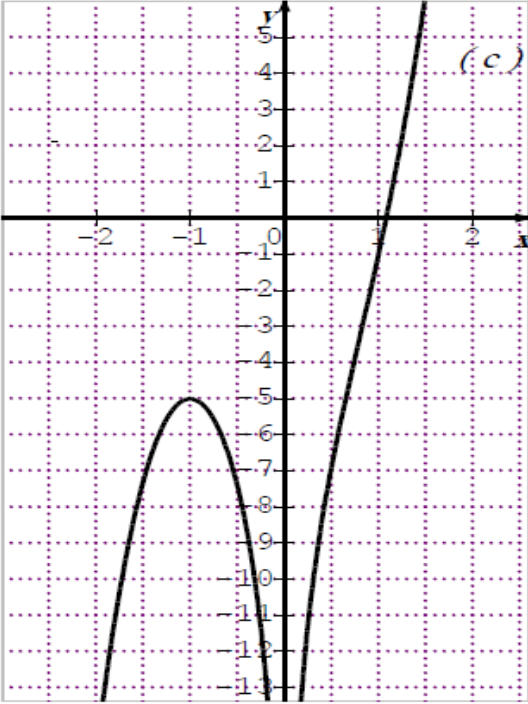
ب) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي.

II. يحتوي كيس U_2 على 10 كريات لا نفرق بينها باللمس منها 7 كريات بيضاء و 3 كريات سوداء.

نسحب عشوائيا كرية من الكيس U_2 ثم نضعها في الكيس U_1 . ثم نسحب كرية من الكيس U_1

1) أحسب احتمال الحادثين: A "الكرية المسحوبة من U_1 حمراء". B "الكرية المسحوبة من U_1 بيضاء".

التمرين الرابع: (06 نقاط)



I. المنحني المقابل هو التمثيل البياني للدالة g المعرفة على \mathbb{R}^*

$$g(x) = 2x^3 - 3 + 6 \ln|x| \text{ :بـ}$$

(1) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق:

$$1.07 < \alpha < 1.09 \text{ ثم استنتج إشارة } g(x) \text{ على } \mathbb{R}^*$$

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R}^* :بـ $f(x) = 2x - 3 \frac{\ln|x|}{x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 2cm$

(1) أحسب نهايات الدالة f ثم فسر بيانيا نهاية الدالة f عند الصفر

$$(2) \text{ أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم } x: f'(x) = \frac{xg(x)}{x^4}$$

• استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

$$\text{ب) بين أن } f(\alpha) = 3\alpha - \frac{3}{2\alpha^2} \text{ ثم استنتج حصرا لـ: } f(\alpha)$$

(3) أ) بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة: $y = 2x$ مقارب مائل للمنحني (C_f)

ب) أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (D)

(4) أنشئ في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$ المستقيم (D) والمنحني (C_f)

(5) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $mx^2 + 3 \ln x = 0$

$$(6) \text{ لتكن الدالة } h \text{ المعرفة على } \mathbb{R}^* \text{ كما يلي: } h(x) = \frac{a+b \ln|x|}{x}$$

أ) عين العددين الحقيقيين a و b حتى تكون h دالة أصلية للدالة: $x \mapsto \frac{\ln|x|}{x}$ على \mathbb{R}^*

ب) عين دالة أصلية للدالة f على: \mathbb{R}^*

ج) أحسب $\int_{\alpha}^2 f(x) dx$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

انتهى الموضوع الثاني