الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانوية :رابح بركاتي –افلو–

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي — دورة: مارس 2020

الشعب: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 ســاعات

على المترشح اختيار موضوع واحد من بين الموضوعين

الموضوع الاول

التمرين الأول : (04 نقاط)

✓ نعتبر المتتالية (u_n) معرفة على N بحدها الاول $u_0 = 4$ و $u_{n+1} = 3u_n - 2n + 3$

1. برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي فان : $u_n \geq n$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ مع التبرير ثم فسر النتيجة ؟

2. برهن ان المتتالية (u_n) متزايدة تماما .

✓ (v_n) متتالية معرفة على N $v_n = u_n - n + 1$

1. بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعين أساسها و حدها الأول

2. أكتب كل من v_n و u_n بدلالة n تحقق من نهاية المتتالية (u_n)

3. اوجد بدلالة n المجموعين:

$$s_n = v_0^2 + v_1^2 + v_2^2 .... + v_{n-1}^2$$

4.

$$p_n = (u_0)^2 + (u_1 - 1)^2 + (u_2 - 2)^2 .... + (u_{n-1} - n + 1)^2$$

التمرين الثاني : (05 نقاط)

يحتوي صندوق على خمس بطاقات بيضاء تحمل الارقام 2; 2; 1; 1; 1 وثلاث بطاقات خضراء تحمل الارقام 1 ; 2; 1;.

نسحب عشوائيا وفي ان واحد بطاقتين من الصندوق :

1. احسب احتمال الحدث **A** :سحب بطاقتين لهما نفس اللون.
2. احسب احتمال الحدث **B** :ان تكون البطاقتان تحملان نفس الرقم
3. احسب $P(A\cap B)$ ثم استنتج $P(A\cup B)$
4. نعتبر المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الألوان الظاهرة بعد عملية السحب
   أ. عرف قانون الاحتمال ثم احسب الامل الرياضياتي
5. نضيف **n** بطاقة بيضاء للصندوق ونسحب عشوائيا وفي ان واحد بطاقتين من الصندوق

   بين ان احتمال سحب بطاقتين خضراوين هو : $P(C) = \dfrac{6}{n^2 + 15n + 56}$

   احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} P(c)$ فسر النتيجة

   اوجد عدد البطاقات المضافة حتى يكون: $P(C) = \dfrac{1}{15}$

التمرين الثالث : (4 نقاط)

نعتبر في z^2 المعادلة : $13x-11y=23$ .... (1)

1- عين حلا خاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة حيث : $x_0-y_0=1$

- حل في z^2 المعادلة (1) ،

2- عين الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (1) حيث يكون $-10 \prec x \prec 40$

3- ليكن d قاسم مشترك اكبر للعددين x و y حلي المعادلة (1) ماهي قيم d

4- حل الجملة :
$$\begin{cases} 13x-11y=23 \\ p\gcd(x;y)=23 \end{cases}$$

التمرين الرابع: (7نقاط)

✓ نعتبر g معرفة على $]0;+\infty[$: $g(x)=\left(1+x+x^2\right)e^{\frac{-1}{x}}-1$

1. ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث: $0.9 \prec \alpha \prec 1$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

✓ نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$: $f(x)=\frac{1}{x}+(1+x)e^{\frac{-1}{x}}$

1. عين نهايات الدالة f

2. بين أنه من اجل كل عدد حقيقي موجب تماما : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$

3. استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول التغيرات .

4. بين ان $y=x$ مستقيم مقارب مائل (Δ) "يمكنك وضع $t=\frac{-1}{x}$"

✓ h المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي $h(x)=\frac{1}{x}-1+e^{\frac{-1}{x}}$

أ. ادرس تغيرات الدالة h ثم استنتج اشارتها

ب. تحقق ان : $f(x)-x=(1+x)h(x)$

ج. استنتج الوضع النسبي بين المنحنى والمستقيم المقارب (Δ)

✓ .ارسم (C_f)

الموضوع الثاني:

التمرين الأول : (04 نقاط)

(U_n) متتالية حسابية متزايدة تماما حدودها أعداد طبيعية تحقق : $\begin{cases} U_4 = 15 \\ m + d = 42 \end{cases}$ حيث $\begin{cases} m = PPCM(U_3;U_5) \\ d = PGCD(U_3;U_5) \end{cases}$

1) عين الحدين U_3 و U_5 ، ثم استنتج U_0.

نضع $U_3 = 12$

2) أكتب U_n بدلالة n ، ثم بين أن **2022** حد من حدود المتتالية (U_n) ، و عين رتبته .

3) عين الحد الذي ابتداءا منه يكون مجموع **5** حدود متعاقبة من (U_n) يساوي **10140** .

4) n عدد طبيعي غير معدوم .

أ/ احسب بدلالة n المجموع : $P_n = (U_1 - 3)(U_2 - 3)(U_3 - 3).....(U_n - 3)$

ب/ بين ان $P_n = n!\left(3^{n+1}\right)$ ثم اوجد: $\lim\limits_{n\to+\infty} P_n$

التمرين الثاني : (05 نقاط):

I. المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ ، حيث النقط A ، B و C التي لواحقها $z_A = 3 - 2i$ ، $z_B = -1 + i$ و $z_C = 6 + 2i$.

1) اكتب على الشكل الجبري : $\dfrac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A}$ استنتج طبيعة المثلث ABC ثمّ أجسب مساحته

2) لتكن النقطة E ذات اللاحقة $z_E = -2 - i$ عين لاحقة النقطة D حيث النقطة D نظيرة B بالنسبة إلى E ، ثم جد لاحقة النقطة F حتى يكون الرباعي $ABFD$ متوازي اضلاع

3) عين لاحقة النقطة G حيث G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A;-2),(C;1),(E;3)\}$

4) M نقطة من المستوي لاحقتها z عين طبيعة مجموعة النقط (Γ) ، مجموعة النقط M و عناصرها المميزة و التي تحقق $\left|-2iz + 4 + 6i\right| = \left|3 - 3i\sqrt{3}\right|$.

III) ليكن العددين المركبين z_1 و z_2 حيث : $z_1 = -3 - i\sqrt{3}$ و $z_2 = -\sqrt{5} + i\sqrt{15}$ و ليكن العدد المركب z_3 حيث :

$$Z_3 = \sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$$

1) أكتب Z_1 و Z_2 على الشكل المثلثي مع التبرير ثم z_3 على الشكل الجبري

2) نعرف العدد المركب L حيث: $L = \dfrac{Z_1}{Z_3}$ أكتب العدد L على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلثي .

3) استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\dfrac{7\pi}{12}$ و $\sin\dfrac{7\pi}{12}$.

4) ليكن n عدد طبيعي . عين قيم n بحيث يكون العدد L^n حقيقيا ثم أكتب على شكل الجبري $\left(\dfrac{L}{\sqrt{6}}\right)^{2020}$.

التمرين الثالث : (4 نقاط) اجب بصحيح او خطأ مع التبرير عن العبارات الاتية

1.من أجل كل عدد طبيعي n وحسب دستور ثنائي الحد اذا كان لدينا :

$$s_n = C_n^2 5^2 + C_n^3 5^3 + C_n^4 + ... + C_n^n 5^n$$

فان : $s_n = 5^{n+1}$

2. a, b, c اعداد صحيحة ; اذا كان a اولي مع b واولي مع c فان: a اولي مع $b \times c$

3. عدد الطرق الممكنة لفتح خزنة رقمها السري مكون من الارقام الثمانية التالية $8;8;8;3;3;2;2;4$ هي:

$$8! = 40320$$

4. حل المعادلة $\cos(\pi e^x) + \sin(\pi e^x) = 1$ هو $x = \ln(2k)$ حيث $k \in \aleph^*$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]1,+\infty[\cup]0;1[$

$$f(x) = x + 1 - \frac{1}{\ln x}.$$

1. اوجد نهايات الدالة f ثم ادرس اتجاه تغيرها و شكل جدول التغيرات.
2. بين ان المنحنى يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلة له
   ادرس الوضع النسبي بين المنحنى والمستقيم (Δ).
3. بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة α حيث : $1.49 \prec \alpha \prec 1.5$
4. بين ان معادلة المماس عند الفاصلة α هي : $y = \left(\alpha + 3 + \frac{1}{\alpha}\right)(x - \alpha)$
5. ارسم المنحى (C_f) والمستقيم المقارب المائل (Δ).
6. h المعرفة على المجال $]1.+\infty[$: $h(x) = 1 - x + x\ln x$

أ. بين ان h متزايدة تماما على المجال $]1.+\infty[$ ثم استنتج اشارتها

ب. بين ان $f(x) - x + \frac{1}{x\ln x} = \frac{h(x)}{x\ln x}$

جـ. استنتج ان : $x - \frac{1}{x\ln x} \prec f(x) \prec x + 1$