الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
امتحان البكالوريا التجريبي
الشعبة : تقني رياضيات

مديرية التربية لولاية المسيلة
ثانوية: الشهيد مرزوك دحمان
دورة : ماي 2019

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

1)- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $(z^2+3)(z^2-6z+21)$

2)- المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O, \vec{u}; \vec{v}\right)$ نعتبر النقط A ، B ، C و D ذات اللواحق $z_A=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_B=\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_C=3+2i\sqrt{3}$ و $z_D=\overline{z_C}$ على الترتيب

- بين أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة (C) التي مركزها Ω ذات اللاحقة $z_\Omega=3$ يطلب تعيين نصف قطرها

3)- لتكن النقطة E نظيرة النقطة D بالنسبة إلى المبدأ O

أ)- بين أن $\dfrac{z_C-z_B}{z_E-z_B}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ثم استنتج طبيعة المثلث BEC

ب)- بين أنه يوجد دوران R مركزه النقطة B ويحول النقطة E إلى النقطة C ، يطلب تعيين زاويته .

4)- نعتبر التحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' ، حيث :

$$z'+i\sqrt{3}=2e^{-i\frac{\pi}{3}}(z+i\sqrt{3})$$

أ)- عين طبيعة S وعناصره المميزة .

ب)- عين طبيعة (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z والتي تحقق : $z=3+2\sqrt{3}e^{i\theta}$ حيث θ عدد حقيقي .

ج)- عين طبيعة (E') صورة (E) بالتحويل S وعناصرها الهندسية .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي كيس على عشر كريات (لا نفرق بينها باللمس) بحيث : خمس كريات حمراء تحمل الأرقام -2 ، -1 ، 0 ، 1 و 2 ، وثلاث كريات خضراء تحمل الأرقام -1 ، 0 و 1 ، وكريتان سودوان تحملان الرقمين -1 و 0
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من هذا الكيس

1)- أحسب عدد الحالات الممكنة

2)- A و B حادثتان معرفتان كمايلي :

A : " الكريتان المسحوبتان لونهما مختلف " B : " الكريتان المسحوبتان تحمل كلا منهما رقم موجب تماما "

- احسب $P(A)$ و $P(B)$.

3)- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة ممكنة العدد الحقيقي $|x-y|$ حيث x و y هما الرقمان اللذان تحملاهما الكريتان المسحوبتان من الكيس .

أ)- عين القيم الممكنة لـ X

ب)- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب امله الرياضياتي .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

لتكن u_n متتاليه هندسية متزايدة وحدودها موجبة معرفة على $\mathbb{N}^\star$ بـ : $\begin{cases} u_1 + 2u_2 + u_3 = 100 \\ u_1 \times u_3 = 256 \end{cases}$

1)- أحسب u_1 ، u_2 و u_3 ثم عين اساسها q .

2)- اكتب u_n بدلالة n .

3)- أحسب بدلالة n كلا من المجموع $S_n = u_1 + u_2 + \cdots u_n$ و الجداء $P_n = u_1 \times u_2 \times \cdots u_n$

4)أ- ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 7^n على 5

ب)- عين باقي القسمة الاقليدية للعدد $2016^{1436} + 49^{2n+1} + 5n - 3$ على 5 .

ج)- نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $S'_n = \frac{1}{\ln 2}[\ln 4 + \ln 4^2 + \cdots \ln 4^n]$

- أحسب S'_n بدلالة n ثم عين العدد الطبيعي n بحيث يكون : $S'_n + 4n^2 + 7^{4n} \equiv 0[5]$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

|) g الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = -x^3 + 1 - 2\ln x$

1)- احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} g(x)$

2)- ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

3)- أحسب $g(1)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$

||) f الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ :

$f(x) = -x + 2 + \frac{\ln x}{x^2}$

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1)- احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$

2)أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$ فإن : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3)أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو معادلة $y = -x + 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ب- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

ج)- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (Δ) ، يطلب تعيين معادلة له

4)- أنشــئ كلا من (Δ) ، (T) و (C_f) . (تعطى $f(0.6) = 0$ و $f(2.2) = 0$)

5)- ناقش حسب قيم الوسيط m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = m$

6)- لتكن الدالة H المعرفة على $]0; +\infty[$

بـ : $H(x) = -\frac{1+\ln x}{x}$

أ)- تحقق أن الدالة H دالة أصلية للدالة $x \longrightarrow \frac{\ln x}{x^2}$ على المجال $]0; +\infty[$

ب)- نعتبر S_λ مساحة الحيز المستوي A المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ)

والمستقيمين اللذان معادلتاهما $x = 1$ و $x = \lambda$ حيث λ عدد حقيقي من المجال $]1; +\infty[$

- بين أن : $S_\lambda = \frac{\lambda - 1 - \ln\lambda}{\lambda}$ ، ثم احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} S_\lambda$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و C ذات اللواحق $z_A=2$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$ و $z_C=\overline{z_B}$ على الترتيب

I)- 1)- عين الكتابة الاسية للعدد المركب z_B ثم للعدد z_C

2)- بين أن النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها

3)- أنشئ النقط A ، B و C ثم عين طبيعة الرباعي OBAC

4)- عين ثم أنشئ المجموعة (E) للنقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث $|z|=|z-2|$

II)- T التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي ذات اللاحقة z وتختلف عن النقطة A بالنقطة M' ذات الاحقة z' حيث $z'=\frac{-4}{z-2}$

1)- ج)- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z=\frac{-4}{z-2}$ ثم استنتج صورتي B و C بالتحويل T

2)- G مركز ثقل المثلث OAB ، عين ثم أنشئ النقطة G' صورة النقطة G بالتحويل T

3)أ- من أجل كل نقطة M تختلف عن A بين أن : $AM'=\frac{2\times OM}{AM}$

ب)- نفرض أن النقطة M تنتمي إلى المجموعة (E) ، ماهي مجموعة النقط M' ؟

التمرين الثاني: (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقط $A(2,1,3)$ ، $B(-3,-1,7)$ و $C(3,2,4)$

1)- بين أن النقط A ، B و C ليست على استقامة واحدة .

2)- ليكن (D) المستقيم ذو التمثيل الوسيطي التالي : $\begin{cases} x=-7+2t \\ y=-3t \\ z=4+t \end{cases}$ حيث $t\in\mathbb{R}$

أ)- بين أن المستقيم (D) عمودي على المستوي (ABC)

ب)- عين معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

3)- لتكن H نقطة تقاطع المستقيم (D) والمستوي (ABC)

أ)- بين أن النقطة H هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A,-2),(B,-1),(C,2)\}$

ب)- لتكن (E) مجموعة النقط M من الفضاء حيث $(-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC})\cdot(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC})=0$

- عين طبيعة المجموعة (E) وحدد عناصرها المميزة .

ج)- لتكن (F) مجموعة النقط M من الفضاء حيث $\|-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\|=\sqrt{29}$

- عين طبيعة المجموعة (F) وحدد عناصرها المميزة .

د)- عين المجموعة $(E)\cap(F)$ وهل النقطة $S(-8,1,3)$ تنتمي إلى المجموعة $(E)\cap(F)$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1)- ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للأعداد 2^n ، 3^n و 4^n على 7

2)- عين باقي قسمة العدد $2^{2017}-3^{2018}+4^{2019}$ على 7

3)- استنتج أنه من أجل كل $k\in\mathbb{N}$ يكون $5\times2^{3k+1}-5^{6k+5}+28\equiv0[7]$

4)- حل في مجموعة الأعداد الطبيعية المعادلة $10^{3n}+4^{2n}-22^{n}\equiv 0[7]$

5)- عين الأعداد الطبيعية n التي تحقق $2^{n}+3^{n}+4^{n}\equiv 2[7]$ و $0<n\leq 25$

6)أ- برهن أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ يكون $(4n+3)\times 9^{n}-4^{2n+3}\equiv 2(2n+1)\times 3^{2n}[7]$

ب)- عين أصغر قيمة للعدد الطبيعي n بحيث $(4n+3)\times 9^{n}-4^{2n+3}\equiv 0[7]$ و n مضاعف لـ 8 .

7)- يحتوي كيس على 10 كريات مرقمة من 0 إلى 9 (لا نفرق بينها باللمس) ، نسحب كريتين في آن واحد من الكيس

أ)- ماهو عدد الحالات الممكنة ؟

ب)- ماهو احتمال لكي يكون مجموع الرقين المسحوبين من بواقي قسمة 3^{n} على 7 .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^{x}+1}$

(C_f) منحناها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ و $\|\vec{i}\|=2cm$

1)أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $\frac{1}{e^{-x}+1}=1-\frac{1}{e^{x}+1}$

ب)- استنتج أن الدالة f فردية ثم احسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$.

2)أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f'(x)=-\frac{1}{2}(\frac{e^{x}-1}{e^{x}+1})^{2}$

ب)- استنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

ج)- استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0;+\infty[$ فإن : $1-\frac{2}{e^{x}+1}\leq\frac{1}{2}x$

3)أ- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-1+\frac{1}{2}x]$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

ب)- استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا آخر (Δ) عند $-\infty$ يطلب تعيين معادلة له.

4)- أنشئ المستقيم (D) ذو المعادلة $y=-\frac{1}{2}x+1$ والمستقيم (Δ) ثم أنشئ (C_f) .

5)- ليكن λ عددا حقيقيا موجبا .

أ)- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون : $\frac{1}{e^{x}+1}=\frac{e^{-x}}{e^{-x}+1}$

ب)- احسب بـ cm^2 مساحة الحيز $A(\lambda)$ المحصور بين المنحنى (C_f) ، المستقيم (D) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=0$ و $x=\lambda$ ثم احسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty}A(\lambda)$

II) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=1-\frac{2}{e^{u_n}+1}$

1)- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n>0$

2)أ- تحقق باستعمال نتيجة السؤال (2 - ج) أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}\leq\frac{1}{2}u_n$

ب)- استنتج أن (u_n) متناقصة . ماذا يمكن القول عن تقاربها ؟

ج)- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n\leq(\frac{1}{2})^{n}$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$