الإمتحــان الثــاني في مادة الريــاضيــات

التمرين الأول: (4نقاط)

يحتوي كيس على 12 كرة منها: ثلاث بيضاء مرقمة بـ 1, 1 ,2 وأربعة حمراء مرقمة بـ 1, 1 , 2 , 2 وخمسة خضراء مرقمة بـ 1 ,2 , 2 , 3, 2 .

نسحب عشوائيا من الكيس كريتين في آن واحد **الكريات لا يمكن التمييز بينها عند اللمس**

1-نعتبر الحادثتان: A "سحب كريتين من نفس اللون" و B "سحب كرة خضراء على الاقل"

أ- أحسب احتمال كل حادثة من الحوادث : A , B و $A\cap B$

ب- هل الحادثتان A و B مستقلتان؟ مع التعليل

2-ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة مجموع العددين المسجلين على الكريتين المسحوبتين.

أ- عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X عرف قانون احتماله.

ب- أحسب: $E(X)$; $V(X)$ و $\delta(X)$.

التمرين الثاني: (4نقاط)

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث : $63x+5y=159$

1) تحقق ان العددين 5 و63 أوليان فيما بينهما ثم بين ان المعادلة (E) تقبل حلولا.

2) برهن أنه إذا كانت الثنائية $(x\,;y)$ حلا للمعادلة(E) فإن $x\equiv 3[5]$ ثم استنتج حلول المعادلة (E) .

3) λ عدد طبيعي يكتب $\overline{5\alpha0\alpha}$ في نظام التعداد ذي الأساس 7 و يكتب $\overline{\beta10\beta0}$ في نظام التعداد ذي الأساس 5.

جد العددين الطبيعيين α و β ثم اكتب $\lambda+4$ في النظام العشري.

4) أ-ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ,باقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 5

ب-عين قيم العدد الطبيعي n حتى يقبل العدد $3^{x-y}+4n+1441^{2019}$ القسمة على 5 , حيث (x,y) حلول المعادلة (E) و x عدد طبيعي.

التمرين الثالث: (5نقاط)

الشكل المعطى هو التمثيل البياني (C) للدالة f المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$

المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\ \vec{\imath};\ \vec{\jmath})$

أ) ادرس إتجاه تغير الدالة f على المجال$[0;\ +\infty[$

ب) بين أنه إذا كان $x\in[1;\sqrt{3}]$ فإن $f(x)\in[1;\sqrt{3}]$

2) نعرف المتتالية (u_n) كمايلي : $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$

أ - باستعمال التمثيل البياني (C) والمستقيم (Δ) مثل الحدود u_0 ; u_1 و u_2 على محور الفواصل -دون حسابها- مبرزا خطوط الانشاء , ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

ب- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq \sqrt{3}$

جـ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n\left(2-\sqrt{u_n^2+1}\right)}{\sqrt{u_n^2+1}}$, ثم استنتج اتجاه تغيرالمتتالية (u_n).

د- استنتج أن (u_n) متقاربة.

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = \frac{u_n^2}{3-u_n^2}$

أ- برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الاول .

ب- أكتب عبارة v_n بدلالة n , ثم استنتج u_n بدلالة n

ج - احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$

4) أحسب P_n بدلالة n حيث : $P_n = \frac{(u_0\times u_1\times\ldots\ldots\times u_n)^2}{(3-u_0^2)(3-u_1^2)\ldots\ldots(3-u_n^2)}$

التمرين الرابع: (07نقاط)

الجزء 01: نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = -4e^{2x} + 17e^x - 4$

1- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x) = -4(e^x - 4)\left(e^x - \frac{1}{4}\right)$, ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

الجزء 02: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x) = \frac{(4x+9)e^x-4x}{9(1-e^x)}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x: $f(x) = -\frac{4}{9}x + \frac{e^x}{1-e^x}$

2)عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f(x) = ax + b + \frac{1}{1-e^x}$

3) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف.

4) أ- بين أنه من أجل كل xمن $\mathbb{R}^*$: $f'(x) = \frac{g(x)}{9(1-e^x)^2}$

ب- استنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

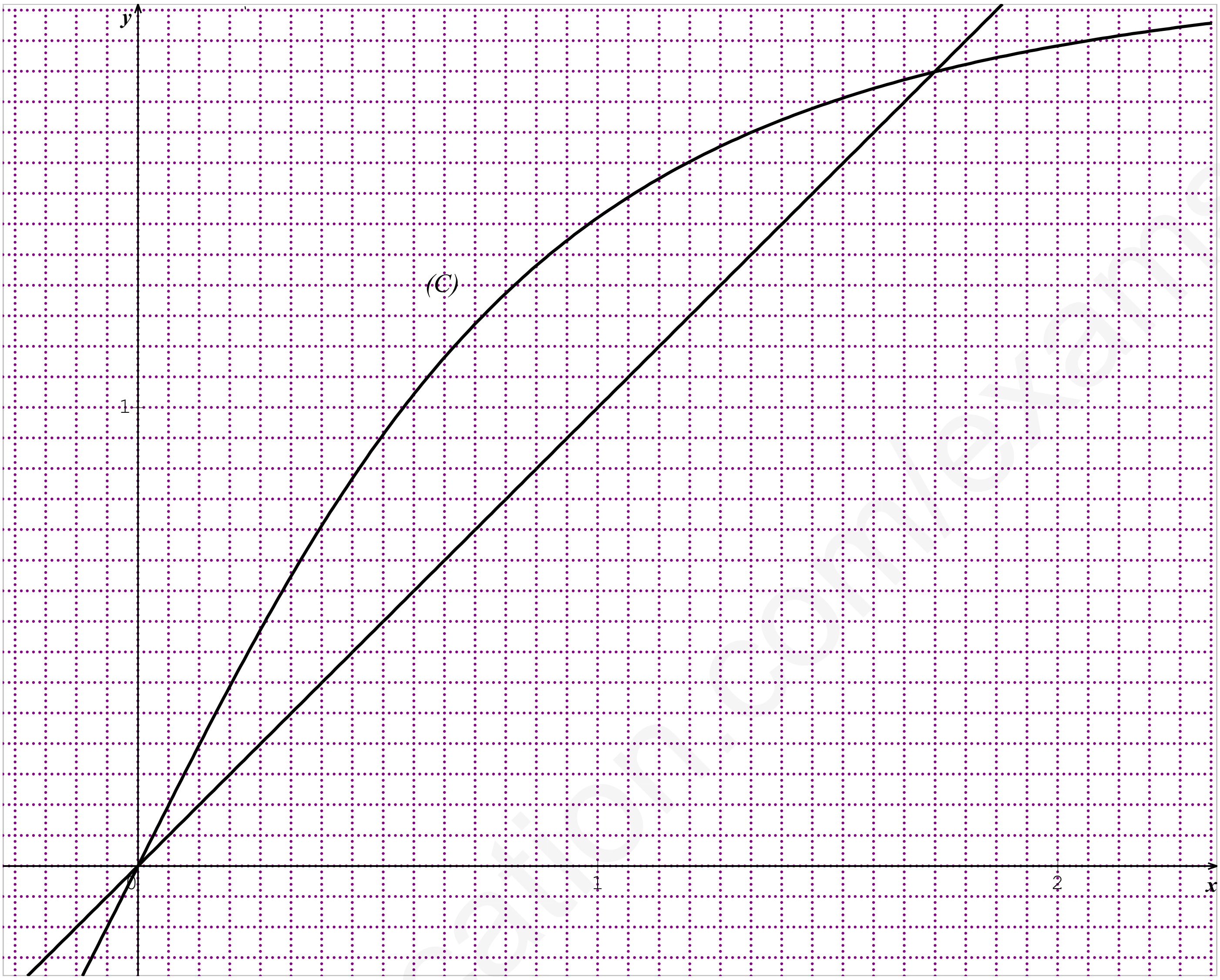
5) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f(-x) + f(x) = -1$, ماذا تستنتج؟

6)- أ) بين أن (Δ_1) و(Δ_2) مستقيمان مقاربان للمنحنى (C_f) معادلتهما على الترتيب : $y = -\frac{4}{9}x - 1$ و $y = -\frac{4}{9}x$

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة لكل من المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2).

7) انشئ (Δ_1) , (Δ_2) و (C_f).

8) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة $\frac{e^x}{1-e^x} = m$



الاســم:

الـلقب:

القســم:

ملاحظة :تعاد مع ورقة الاجابة

بالتوفيق والنجاح في بكالوريا