



التمرين الأول: (06 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0 = 6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3$.
 (1) أ) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; i, j)$ أنشئ على محور الفواصل ، الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 (بدون حسابها) موضحا خطوط الإنشاء .

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) و تقاربها .

(2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ : $v_n = \ln(u_n - 4)$.

أ) بين أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب) عبّر عن v_n بدلالة n . ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 2\left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$.

(3) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة .

(4) احسب S_n و P_n حيث :

$$P_n = (u_0 - 4) \times (u_1 - 4) \times \dots \times (u_n - 4) \quad \text{و} \quad S_n = \ln(u_0 - 4) + \ln(u_1 - 4) + \dots + \ln(u_n - 4)$$

التمرين الثاني: (07 نقاط)

(I) الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ : $g(x) = 2e^x - x - 2$.

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيّراتها .

(2) أ) بيّن أنّ للمعادلة $g(x) = 0$ حلين في \mathbb{R} ، أحدهما معدوم والآخر α حيث : $-1.6 < \alpha < -1.5$.

ب) استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} .

(II) الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = e^{2x} - (x + 1)e^x$ و (C_f) تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; i, j)$ ، (وحدة الطول 1cm) .

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب) بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R} : $f'(x) = e^x g(x)$.

ج) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f . ثم شكّل جدول تغيّراتها .

(2) بين أن : $f(\alpha) = -\left(\frac{\alpha^2 + 2\alpha}{4}\right)$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(3) ارسم المنحنى (C_f) .

(4) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $me^{-x} = e^x - x - 1$ حلين متمايزين .



التمرين الثالث: (07 نقاط)

لتكن الدالة العددية f المعرفة على D_f حيث $D_f =]-\infty; 1[\cup]2; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = -2x + 3 + 2 \ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; i, j)$.

(1) أ) احسب النهايتين: $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ ، ثم فسّر النتيجةين بيانياً.

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(2) بيّن أنّه من أجل كل x من D_f ، $f'(x) = -2 - \frac{2}{(x-1)(x-2)}$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(3) أ) تحقق أنّ: من أجل كل عدد حقيقي x من D_f ، $(3-x) \in D_f$ و $f(3-x) + f(x) = 0$.

ب) استنتج أنّ (C_f) يقبل مركز تناظر يُطلب تعيين إحداثيه.

(4) أثبت أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α على المجال $]0,45; 0,46[$ ثم استنتج أنّها تقبل حلاً آخر β يطلب تعيين حصر له.

(5) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = -2x + 3$ مقارب مائل لـ (C_f) ، ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .

(6) ارسم (Δ) و (C_f) .



بالتوفيق

انتهى الموضوع

