



ثانوية الدكتور بوعمران الشيخ بالبيض  
دورة : ماي 2019



مديرية التربية لولاية البيض  
امتحان تجريبي بكالوريا التعليم الثانوي

المدة: ثلاث ساعات و 30 دقيقة .

اختبار مادة: الرياضيات

على المترشح التطرق الى أحد الموضوعين على الخيار.

### الموضوع الأول:

التمرين الأول: ( 4 نقط )

$(u_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي:  $u_0 = 2$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = 5 - \frac{4}{u_n}$  .

(1) أحسب الحدود  $u_1$  ،  $u_2$  و  $u_3$  .

(2) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $2 \leq u_n \leq 4$  .

(3) بين أن المتتالية  $(u_n)$  متزايدة ثم استنتج أنها متقاربة نحو عدد حقيقي  $l$  يطلب تعيينه جبريا .

(4) برهن من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $4 - u_{n+1} \leq \frac{4 - u_n}{2}$  .

(5) استنتج أن :  $0 \leq 4 - u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$  ثم أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  .

التمرين الثاني: ( 4 نقط )

يحتوي كيس  $U$  على خمس كرات بيضاء و ثلاث كرا حمراء و كرتين خضراوين ، لا نفرق بينها باللمس .  
نسحب عشوائيا من الكيس ثلاث كرات في آن واحد .

(1) احسب احتمال كل من الحادثتين :

$A$  : " الكرات المسحوبة من نفس اللون " ؛  $C$  : " من بين الكرات الثلاث توجد كرة واحدة فقط خضراء " .

(2) نعتبر  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الألوان المسحوبة الظاهرة "

(أ) عين قيم المتغير العشوائي  $X$  ، ثم أكتب قانون احتماله .

(ب) أحسب الأمل الرياضي  $E(X)$  و التباين  $V(X)$  .

(3) في تجربة عشوائية ثانية نعتبر الكيس  $U$  وكيس آخر  $V$  يحوي كرتين بيضاوين و كرتين حمراوين و كرة خضراء .

لإختيار كيس للسحب نرم حجر نرد غير مزيفة فإذا ظهر الرقم 5 نسحب كرة واحدة من الكيس  $U$  وفي الحالات الأخرى نسحب كرة واحدة من الكيس  $V$  .

(أ) مثل هذه التجربة بشجرة الإمكانيات

(ب) لتكن الحادثة  $B$  : "الحادثة سحب كرة بيضاء " . بين أن احتمال سحب كرة بيضاء هو :  $P(B) = \frac{5}{12}$  .

(ج) علما أن الكرة المسحوبة بيضاء ، فما هو احتمال أن تكون من الكيس  $V$  .

### التمرين الثالث: (5 نقط)

- (I) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة ذات المجهول  $z$ :  $(z + \sqrt{3} - 3i)(z^2 - 6z + 12) = 0$ .
- (II) في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد متجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  نعتبر النقط  $A$  ،  $B$  ،  $C$  التي لواحقها:
- أ) أكتب  $z_A$  على الشكل الأسي ثم استنتج  $z_B$  على الشكل الأسي .  
 $z_C = -\sqrt{3} + 3i$  ،  $z_B = 3 - i\sqrt{3}$  ،  $z_A = 3 + i\sqrt{3}$
- ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $L_n = \left(\frac{z_A}{2\sqrt{3}}\right)^n + \left(\frac{z_B}{2\sqrt{3}}\right)^n$   
 أكتب  $L_n$  على الشكل الجبري ثم أحسب العدد  $L_{2019} + L_{1440}$ .
- (2) تحقق أن:  $z_C = iz_A$  ثم استنتج طبيعة المثلث  $OAC$ .
- (3) لتكن النقطة  $E$  ذات اللاحقة  $z_E = 3 - \sqrt{3}$  والتشابه  $S$  الذي مركزه  $E$  ويحول  $A$  الى  $C$ .  
 أ) عين نسبة وزاوية التشابه  $S$ .  
 ب) بين أن النقط:  $O$  ،  $A$  ،  $E$  و  $C$  تنتمي الى نفس الدائرة يطلب تعيين عناصرها .
- (4) عين ثم أرسم  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي التي من أجلها يكون العدد:  $\frac{z_C - z}{z_A - z}$  تخيليا بحتا .

### التمرين الرابع: (7 نقط)

- نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = -x + 1 + e^{2x} - e^x$ .
- (1)  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  حيث  $\|\vec{i}\| = 2cm$ .
- أ) أحسب نهايتي الدالة  $f$  عند طرفي مجال تعريفها .  
 ب) برهن أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة:  $y = -x + 1$  مقارب للمنحني  $(C_f)$  في جوار  $-\infty$ .  
 ج) ادرس وضعية المنحني  $(C_f)$  بالنسبة للمقارب  $(\Delta)$ .
- (2) أ) أحسب  $f'(x)$  ثم بين من أجل كل عدد حقيقي  $x$  أن:  $f'(x) = (2e^x + 1)(e^x - 1)$ .  
 ب) استنتج اتجاه تغيرات الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها  
 ج) بين أن المنحني  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  موازيا للمستقيم  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلته .  
 د) بين أن المنحني  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثيها  
 هـ) أرسم في نفس المعلم كلا من:  $(\Delta)$  ،  $(T)$  ،  $(C_f)$  .
- (3) أحسب بالسنتمتر المربع مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحني  $(C_f)$  والمستقيمتين:  
 $x = 0$  ،  $x = -2$  ،  $y = 0$ .
- (4) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  وجود وإشارة حلول المعادلة:  $m = 1 + e^{2x} - e^x$ .

انتهى الموضوع الأول

## الموضوع الثاني:

### التمرين الأول: (4نقط)

نعتبر في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ، النقاط :

$$. S(13;37;57) ، C(1;2;-2) ، B(6;-5;1) ، A(-1;-1;0)$$

(1) علم النقطتين :  $A$  و  $C$  .

(2) أ) بين أن النقط  $A$  ،  $B$  ،  $C$  تعين مستويا .

ب) تحقق أن الشعاع  $\vec{n} \begin{pmatrix} 5 \\ 16 \\ 29 \end{pmatrix}$  شعاع ناظمي للمستوي  $(ABC)$  ، ثم أكتب معادلة ديكرتية له .

(3) أ) عين طبيعة المثلث  $ABC$  ثم أحسب مساحته .

ب) بين أن النقطة  $S$  لا تنتمي الى المستوي  $(ABC)$  ، ثم أحسب المسافة  $d(S, (ABC))$  .

ج) أحسب حجم رباعي الوجوه  $SABC$  .

(4) أ) أكتب معادلة لسطح الكرة  $(\Gamma)$  التي قطرها  $[BC]$  .

ب) عين طبيعة وعناصر مجموعة النقط من الفضاء تقاطع سطح الكرة  $(\Gamma)$  والمستوي  $p(O; \vec{i}, \vec{j})$  .

### التمرين الثاني: (4 نقط)

$f$  الدالة المعرفة على المجال  $\left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$  بـ :  $f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$  ،

تمثيلها البياني في معلم متعامد كما هو موضح بالشكل .

1. نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بحددها الأول :  $u_0 = 4$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = \frac{u_n^2}{2u_n - 1}$  .

(1) باستخدام التمثيل البياني المرفق مثل الحدود :  $u_0$  ،  $u_1$  ،  $u_2$  ،  $u_3$  مبينا خطوط الإنشاء .

(2) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  وتقاربها .

(3) برهن بالتراجع من أجل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n \geq 1$  .

II.  $(v_n)$  متتالية عددية معرفة من أجل عدد طبيعي  $n$  بـ :  $v_n = \ln\left(1 - \frac{1}{u_n}\right)$  .

① بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحددها الأول  $v_0$

② أكتب بدلالة  $n$  ثم استنتج أن :  $u_n = \frac{1}{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{2^n}}$  .

③ أحسب العددين :  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  ،  $S'_n = \frac{(u_0 - 1) \times (u_1 - 1) \times \dots \times (u_n - 1)}{u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n}$  .

### التمرين الثالث: (5 نقط)

$$(I) \begin{cases} \alpha + \beta = 8 \\ i\alpha - i\beta = -2 \end{cases} \text{ : عين عددين مركبين } \alpha \text{ و } \beta \text{ حيث}$$

(II) نعتبر النقط  $A, B, C, D$  حيث :  $z_A = -i + 4, z_B = 4 + i, z_C = 1 + 2i, z_D = -i$ .

1. أكتب العدد المركب  $\frac{z_B - z_C}{z_D - z_C}$  على الشكل الجبري ثم استنتج طبيعة المثلث  $BCD$ .

2. (أ) أكتب العبارة المركبة للتشابه  $S$  الذي مركزه النقطة  $A$  ويحول  $B$  الى  $D$ .  
(ب) أحسب  $z_E$  لاحقة النقطة  $E$  علما أن  $O$  هي صورة  $E$  بالتشابه  $S$ .

3. بين أن النقط  $A, B, C, D$  تنتمي الى دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

4.  $(\Gamma)$  هي مجموعة النقط  $M$  من المستوي ذات اللاحقة  $z$  حيث :  $|2iz + 2 - 9i| = 1$ .

(أ) تحقق أن النقطة  $B$  تنتمي الى  $(\Gamma)$

(ب) عين طبيعة المجموعة  $(\Gamma)$  وعناصرها المميزة.

5. عين وأرسم مجموعة النقط  $M$  من المستوي التي تحقق :  $\arg(z + i) = \arg(\bar{z} - i) + \frac{2\pi}{3} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$ .

### التمرين الرابع: (7 نقط)

(I) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي :  $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$ .

$(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  حيث  $\|\vec{j}\| = 2cm$

(1) أحسب النهايتين :  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم فسر النتيجةين بيانيا.

(2) أدرس تغيرات الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحني  $(C_f)$  عند النقطة التي ترتيبها 0.

(4) برهن أن المنحني  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف يطلب حساب إحداثياتها.

(5) بين أن المعادلة  $f(x) = \frac{1}{2}$  تقبل حلين  $\alpha$  و  $\beta$  حيث :  $0.4 \leq \alpha \leq 0.5$  و  $5.3 \leq \beta \leq 5.4$  فسر الحلين بيانيا.

(6) أرسم  $(T)$  و  $(C_f)$ .

(7) (أ) بين أن الدالة  $H : x \rightarrow \frac{1}{2}(\ln x)^2$  دالة أصلية للدالة  $h : x \rightarrow \frac{\ln x}{x}$  على المجال  $]0; +\infty[$

(ب) بملاحظة أن :  $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x}$  ، استنتج دالة أصلية للدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$ .

(ج) أحسب مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحني  $(C_f)$  والمستقيمات :  $x=3, x=1, y=0$ .

(II) لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  كما يلي :  $g(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln x^2}{2x}$ .

(أ) بين أن  $g$  دالة فردية وفسر النتيجة بيانيا.

(ب) بين أن  $g(x) = f(x)$  في مجال يطلب تعيينه ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $g$  دون دراسة دالتها المشتقة.

(ج) بين كيف يمكنك رسم  $(C_g)$  اعتمادا على المنحني  $(C_f)$ .

انتهى الموضوع الثاني.