

على المتر شح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول :

التمرين الأول (06 نقاط):

1. عيّن بواقي القسمة للعدد 2^n على 5 من أجل العدد الطبيعي n حيث $n \in \{1;2;3;4\}$
2. بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $2^{4n} \equiv 1[5]$
3. استنتج بواقي القسمة للأعداد 2^{4n+1} ; 2^{4n+2} ; 2^{4n+3} على 5.
4. عيّن باقي قسمة كل من 2^{1436} و 2^{2015} على 5.
5. تحقق أن : $2017 \equiv 2[5]$ ثم استنتج باقي قسمة 2017^{2014} على 5.

التمرين الثاني (06 نقاط):

$$\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = 3u_n + 1 \end{cases} (u_n) \text{ متتالية عددية معرفة كمايلي:}$$

1. احسب كلا من u_3, u_2, u_1 .
2. نضع $v_n = u_n + \frac{1}{2}$ من أجل كل n من \mathbb{N} .
- برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين الأساس و الحد الأول.
- عين عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n .
3. احسب المجموع S_n بحيث : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ ثم استنتج المجموع $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

التمرين الثالث (08 نقاط): لتكن f الدالة المعرفة على $-\left\{\frac{1}{2}\right\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{3+2x}{1-2x}$ ،

- و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.
- (1) أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- (2) استنتج المستقيمات المقاربة للمنحني (C_f) .
- (3) عين إحداثيات نقط تقاطع المنحني (C) مع محوري الإحداثيات.
- (4) أكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 0$.
- (5) أرسم المماس (Δ) و المنحني (C_f) .

الموضوع الثاني:

التمرين الأول (06 نقاط):

(U_n) متتالية هندسية حدودها موجبة معرفة على N حيث : $U_6 = 448$ و $U_3 \times U_5 = 12544$

- (1) أحسب الحد U_4 ثم الأساس q لهذه المتتالية .
- (2) أحسب الحد الأول U_0 لهذه المتتالية .
- * نضع : $U_0 = 7$ و $q = 2$
- (3) أكتب عبارة U_n بدلالة n .
- (4) بين أن 896 هو حد من حدود المتتالية (U_n) وحدد رتبته .
- (5) أحسب المجموع : $S = U_6 + U_7 + \dots + U_n$

التمرين الثاني : (06 نقاط)

a , b , و c أعداد صحيحة بحيث باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 7 هو 3 , باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 هو 4 وباقي القسمة الإقليدية للعدد c على 7 هو 6 .

(1) عين باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين : $a \times b$, $a^2 - b^2$.

(2) / أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $c^{2n} \equiv 1 [7]$.

ب/ تحقق أن $2015 \equiv 6 [7]$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين :

2015^{2014} و 2015^{2015} على 7 .

التمرين الثالث : (08 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على R بـ : $f(x) = -x^3 + 3x - 2$, (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم

متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أ) أحسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$.

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f واستنتج جدول تغيراتها .

(2) أثبت أنه من أجل x من R : $f(x) = -(x-1)^2(x+2)$

(3) برهن أن النقطة A من المنحني التي فاصلتها $x = 0$ هي نقطة انعطاف للمنحني (C_f) .

(4) تحقق من أن النقطة B التي إحداثيتها $(2; -4)$ هي نقطة من المنحني (C_f) ثم أوجد معادلة للمماس

(Δ) للمنحني (C_f) عندها .

(5) أنشئ (C_f) و (Δ) في المعلم $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

المستوى: 3 أ ف 3 لغ
 تمرير البكالوريا التجريبية

الموضوع الأول:

التمرين الأول:

1- تعيين باقي قسمة 2 على 5:

$2 \equiv 4 [5]$, $2 \equiv 2 [5]$, $2 \equiv 2 [5]$
 $4 \equiv 4 [5]$, $2 \equiv 3 [5]$

n	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$
البواقي	1	2	4	3

2- لدينا $2 \equiv 2 [5]$ و $2^4 \equiv 2 [5]$

3- $2^{4n+2} \equiv 2 [5]$, $2^{4n+2} \equiv 4 [5]$, $2^{4n+1} \equiv 2 [5]$

4- تعيين باقي قسمة 2 على 5

* لدينا $4386 = 4 \times 359 + 3$

$2 \equiv 2 [5]$

* لدينا: $2015 = 4 \times 503 + 3$

$2 \equiv 3 [5]$

أي: الباقي هو 3

* لدينا: $2017 - 2 = 2015$
 ولكن 2015 هي مضاعفات 5

وناه: $2017 \equiv 2 [5]$

* لدينا: $2017 \equiv 2 [5]$ و $2017 \equiv 2 [5]$

لكن $2014 = 4 \times 503 + 2$

أي: $2017 \equiv 4 [5]$ (خاصية القسمة)

التمرين الثاني:

$u_{n+1} = 3u_n + 2$, $n \in \mathbb{N}$ و $u_0 = 5$

$u_1 = 3u_0 + 2 = 15 + 2 = 17$

$u_2 = 3u_1 + 2 = 48 + 2 = 50$

$u_3 = 3u_2 + 2 = 147 + 2 = 149$

2- نضع $v_n = u_n + \frac{1}{2}$, $n \in \mathbb{N}$

$v_{n+1} = u_{n+1} + \frac{1}{2}$

$= 3u_n + 2 + \frac{1}{2}$

$= 3u_n + \frac{5}{2}$

$= 3(u_n + \frac{1}{2}) = 3v_n$

وناه (v_n) متتالية هندسية كند $v_0 = 5 + \frac{1}{2} = \frac{11}{2}$

$v_0 = u_0 + \frac{1}{2} = 5 + \frac{1}{2} = \frac{11}{2}$

3- تعيين باقي قسمة u_n على 5

$v_n = v_0 \times 3^n$
 $v_n = \left(\frac{11}{2}\right) \times (3)^n$

$u_n = v_n - \frac{1}{2}$ و $v_n = u_n + \frac{1}{2}$

$u_n = \left(\frac{11}{2}\right) \cdot 3^n - \frac{1}{2}$

$S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$
 $= v_0 \cdot \left(\frac{1-9^{n+1}}{1-9}\right) = \frac{11}{2} \cdot \left(\frac{1-3^{2n+2}}{1-3}\right)$

$S_n = \frac{11}{4} (3^{2n+2} - 1)$

2- المستقيما - المقابلة:

(ف) معادلة مستقيم مقابله موازي لمحور الفواصل $y = -1$

(ف) معادلة مستقيم مقابله موازي لمحور الترتيب $x = \frac{1}{2}$

3- التقاطع مع محور الفواصل:

$f(x) = 0$ معناه $3 + 2x = 0$

$1 - 2x \neq 0$ معناه $x \neq \frac{1}{2}$ و $x = -\frac{3}{2}$

ومنه نقطة التقاطع هي $H(-\frac{3}{2}, 0)$

4- التقاطع مع محور الترتيب:

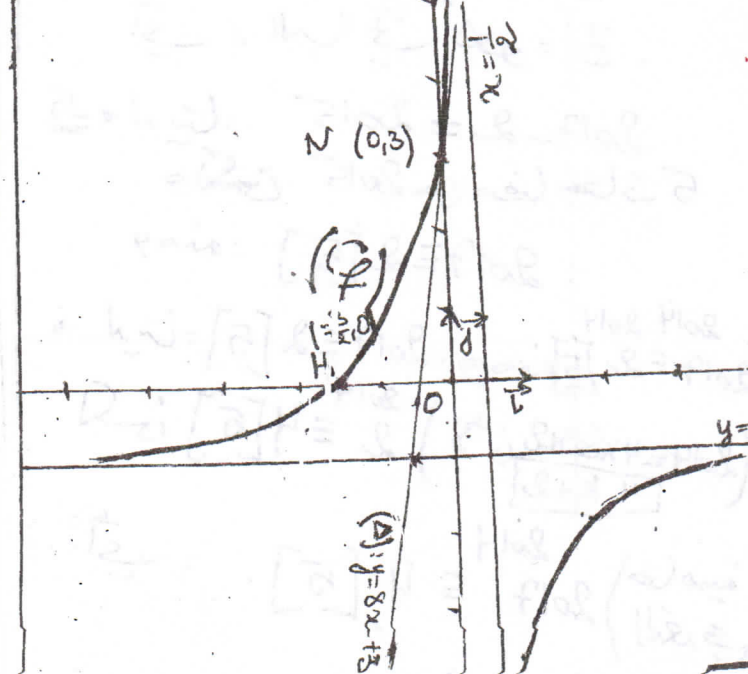
$f(0) = y$ منه $y = 3$
فقطه التقاطع هي $N(0, 3)$

4- كتابة معادلة المماس:

$y = f'(0)(x - 0) + f(0)$

(أ): $y = 8x + 3$

5- (ف) و (أ) \Leftrightarrow



$$S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

$$= (v_0 - \frac{1}{2}) + (v_1 - \frac{1}{2}) + \dots + (v_n - \frac{1}{2})$$

$$= (v_0 + v_1 + \dots + v_n) - \frac{1}{2}(n+1)$$

$$= S_n - \frac{1}{2}(n+1)$$

$$= \frac{11}{4} \left(\frac{n+1}{3} - 1 \right) - \frac{1}{2}n - \frac{1}{2}$$

$S'_n = \frac{11 \cdot 3}{4} - \frac{1}{2}n - \frac{13}{4}$

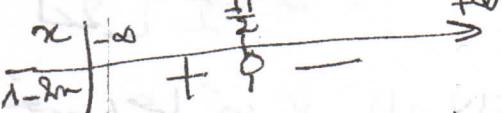
التحليل الثالث $f(x) = \frac{3+2x}{1-2x}$

دراسة تغيرات الدالة f:
 $D_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x}{-2x} = -1$

$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} f(x) = \frac{4}{0^-} = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} f(x) = \frac{4}{0^+} = +\infty$



دالة قابلة للاشتقاق على مجالها التعريف

ومنه $f'(x) = \frac{2(1-2x) + 2(3+2x)}{(1-2x)^2}$

$f'(x) = \frac{2 - 4x + 6 + 4x}{(1-2x)^2} = \frac{8}{(1-2x)^2}$

لدينا من أجل $x \in D_f$ يكون $f'(x) > 0$ ومنه f دالة متزايدة تماما على

مجالها التعريف:
جدول تغيرات الدالة f:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
f(x)	-	+	-

و بالتالي العدد 896 هو حد من حدود (u) رتبته 7.

5- حساب S_n

$$S_n = u_6 + u_7 + \dots + u_n$$

$$= u_6 \left(\frac{1 - q^{n-5}}{1 - q} \right)$$

$$= 448 \left(\frac{1 - 2^{n-5}}{1 - 2} \right)$$

$$S_n = 448 (2^{n-5} - 1)$$

المميز الثاني: لدينا:

$$c = 6 [7], \quad b = 4 [7], \quad a = 3 [7]$$

1- * تعيين باقي القسمة لـ $a \times b$ على 7: لدينا:

$$a \times b = 12 [7] \quad \begin{cases} a = 3 [7] \\ b = 4 [7] \end{cases}$$

لكن $12 \equiv 5 [7]$

$$a \times b \equiv 5 [7] \quad \text{أي:}$$

* تعيين باقي القسمة لـ $a^2 - b^2$ على 7: لدينا:

$$\begin{cases} a^2 \equiv 9 [7] \\ b^2 \equiv 16 [7] \end{cases} \quad \begin{cases} a = 3 [7] \\ b = 4 [7] \end{cases}$$

$$a^2 - b^2 \equiv \frac{9 - 16}{-5} [7] \quad \text{أي:}$$

$$-5 \equiv 2 [7] \quad \text{لكن}$$

$$\frac{a^2 - b^2}{a - b} \equiv 2 [7] \quad \text{أي:}$$

$$c \equiv 1 [7] \quad \text{أي:} \quad c = 6 [7] \quad \text{لدينا} \quad \underline{1-2}$$

$$c^n \equiv 1 [7] \quad \text{أي:}$$

ص 3

الموضوع الثاني:

المميز الثالث:

$$u_3 \times u_5 = 12544, \quad u_6 = 448$$

1- حساب u_4 : لدينا:

$$u_4^2 = u_3 \times u_5 = 12544$$

$$u_4 = \sqrt{12544} \quad \text{أي:}$$

$$u_4 = 112$$

$$u_6 = u_4 \times q^2 \quad \text{لدينا:}$$

$$q^2 = \frac{u_6}{u_4} = \frac{448}{112} \quad \text{أي:}$$

$$q^2 = 4$$

أي $q = 2$ أو $q = -2$ حرف
بما أن الحدود موجبة فإن $q = 2$

2- حساب u_0 :

$$u_0 = \frac{u_4}{q^4} \quad \text{لدينا:} \quad u_4 = u_0 \times q^4 \quad \text{أي:}$$

$$u_0 = \frac{112}{2^4} = 7$$

$$\text{نضع:} \quad u_0 = 7 \quad \text{و} \quad q = 2$$

3- كتابة عبارة u_n بدلالة n :

$$u_n = 7 \times 2^n \quad \text{لدينا:} \quad u_n = u_0 \times q^n \quad \text{أي:}$$

4- اثبات أن 896 هو حد من حدود (u):

$$7 \times 2^n = 896 \quad \text{لدينا:} \quad u_n = 896$$

$$2^n = \frac{896}{7} \quad \text{أي:} \quad 7$$

$$2^n = 128 = 2^7 \quad \text{أي:}$$

$$n = 7 \quad \text{أي:}$$

128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f(x)$	— ϕ — ϕ —			
$f(x)$	$+\infty$		$f(x)=0$	$-\infty$

$f(-1) = -4$

(2) $-(x-1)(x+2) = f(x)$
 (النشر والتبسيط)

(3) f' دالة قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} وحينه

$f'(x) = -6x$
 $f'(x) = 0$ حينه $x = 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	+ ϕ —		

(4) حينه $(0, -2)$ نقطة انعطاف لـ f .

(4) لدينا: $f(2) = -4$

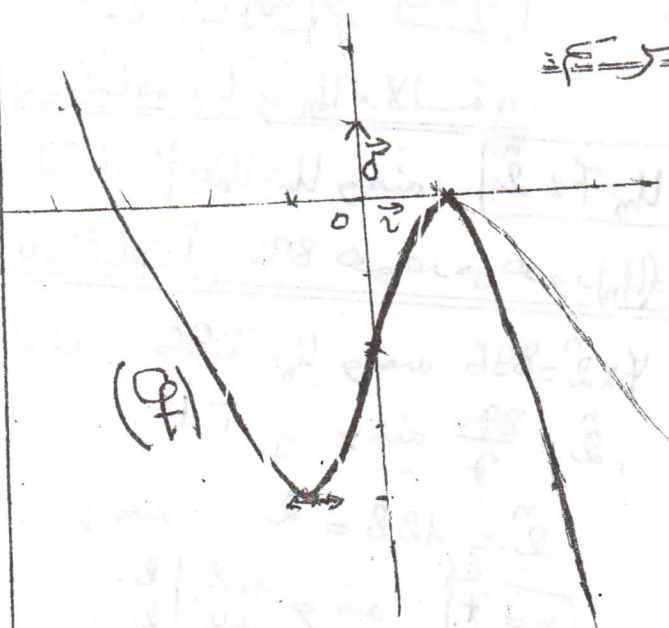
و حينه $B(2, -4)$ نقطة من f .

كتابة معادلة المماس عند B :

$y = f'(2)(x-2) + f(2)$
 $= -9x + 18 - 4$

(A): $y = -9x + 14$

5- الرسم =



موقعون انشاء الله

ب- لدينا $2015 \equiv 6 = 2009$

لكن 2009 من مضاعفات العدد 7

و حينه: $2015 \equiv 6 [7]$

تحسين يوافق القيمة للعدد 6 على 7:

$6 \equiv 1 [7], 6 \equiv 6 [7], 6 \equiv 1 [7]$

لـ $n = 2k$ فان الباقي هو 2

لـ $n = 2k+1$ فان الباقي هو 6

لدينا: $2014 \equiv 2014$
 $2015 \equiv 6 [7]$ و حينه $2015 \equiv 6 [7]$ *

لكن $2014 \equiv 2014$
 $2015 \equiv 1 [7]$

أي: $2014 \equiv 1 [7]$
 $2015 \equiv 1 [7]$

لدينا: $2015 \equiv 6 [7]$ *
 و حينه $2015 \equiv 6 [7]$

لكن $2015 \equiv 6 [7]$

أي: $2015 \equiv 6 [7]$

التحريث الثالث:

$f(x) = -x^3 + 3x - 2$

$D_f = \mathbb{R}$

لـ $f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -x^3 = +\infty$ (A)

لـ $f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -x^3 = -\infty$

دالة قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} و حينه:

$f'(x) = -3x^2 + 3 = -3(x^2 - 1)$

$f'(x) = 0$ حينه $x^2 - 1 = 0$

حينه $x = 2$

حينه $x = -1$ أو $x = 2$