ثانوية الصديق عبد الله بئر خادم 2018 / 2019 اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

القسم : 3 رياضيات الأحد 2018/12/02 المدة: ساعتين

التمرين الأول:(05نقط)

1) أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 3^n على10.

ب- ما هو باقي قسمة العدد A_n على 10 حيث: $A_n = 3^{16n+6} - 2\times 109^{2n+3} - 13$ ؟

2) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $(3n+4)\times 9^n + 7^{2n+1} \equiv 3^{2n}(3n+1)[10]$.

ب- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد الطبيعي $(3n+4)\times 9^n + 7^{2n+1}$ مضاعفا للعدد 10.

3) A عدد طبيعي يكتب $\overline{xx0xx01}^3$ و يكتب $\overline{y611}^7$. جد x و y ثم أكتب A في النظام العشري.

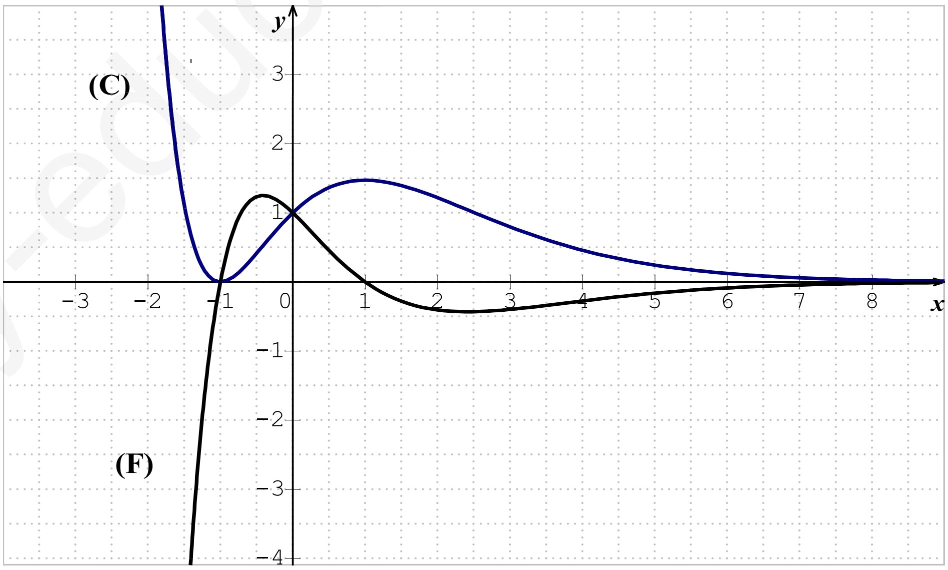
التمرين الثاني : (9 نقاط)

(I) نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم، المنحنيين (C) و (F) الممثلين لدالتين معرفتين و قابلتين للاشتقاق على $\mathbb{R}$.

اعتمادا على الشكل أدناه ، الذي يعطي التمثيلين البيانيين للدالتين g و g' ، أجب على السؤالين التاليين :

أرفق بكل من الدالتين g و g' بتمثيلها البياني .

1) برر الإجابة بتشكيل جدول يتضمن على المجال $\left[\frac{-3}{2};5\right]$. إشارة $g'(x)$ و تغيرات g .



2) ما هو معامل توجيه المماس للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0 ؟

أقلب الورقة

(II) نعتبر المعادلتين التفاضليتين : $y'+y=2(x+1)e^{-x}.....(E)$ و $y'+y=0......(E')$

.

1) بين أن الدالة g المعرفة على ℝ بـ $g(x)=(x^2+2x)e^{-x}$ هي حل للمعادلة (E) .

2) حل المعادلة (E').

3) بين أن : تكون الدالة u حلا للمعادلة (E') إذا و فقط إذا كانت الدالة: $g+u$ حلا للمعادلة (E)

4) استنتج عبارة الحلول f للمعادلة (E) .

(III) f الدالة المعرفة على ℝ بـ $f(x)=(x^2+2x+2)e^{-x}$.

نرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدة الرسم $2\,cm$

1) عين نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$.

2) عين الدالة المشتقة f' للدالة f و إشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) عين معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة -1

4) أرسم المماس (T) ثم المنحنى (C_f) .

5) بين أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل على ℝ حلا وحيدا α .

جد النتيجة بيانيا و أعط قيمة مقربة إلى $0,1$ للعدد α .

التمرين الثالث : (06 نقاط):

(u_n) و (v_n) المتتاليتان المعرفتان من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n كما يلي :

$$u_n=\frac{1}{1+\sqrt{n}}+\frac{2}{1+\sqrt{2n}}+....+\frac{n}{1+n} \quad \text{و} \quad v_n=\frac{1}{1+n^2}+\frac{2}{2+n^2}+....+\frac{n}{n+n^2}$$

1/ ا) برهن انه من اجل كل عددين طبيعيين غير معدومين n و k حيث $1\le k\le n$:

$\frac{1}{1+\sqrt{kn}}\ge\frac{1}{n+1}$ ثم استنتج ان **:** $u_n\ge\frac{1}{2}n$

ب) جد نهاية المتتالية (u_n)

2/ ا) برهن انه من اجل كل عدد طبيعي n $(n\neq 0)$ **:** $\frac{1}{2}\le V_n\le\frac{n(n+1)}{2(n^2+1)}$.

ب) استنتج أن (v_n) متتالية متقاربة.

بالتوفيق

$(t_n),(w_n),(v_n),(u_n)$ أربع متتاليات عددية معرفة على ℕ كما يلي:

$$t_n = 3u_n + 8v_n \;;\; w_n = v_n - u_n \;;\; v_{n+1} = \frac{u_n + 3\,v_n}{4} \;;\; u_{n+1} = \frac{u_n + 2\,v_n}{3} \;;\; v_0 = 12 \;;\; u_0 = 1$$

1-/ برهن بالتراجع أن المتتالية (t_n) ثابتة على ℕ.

2- / بين أن (w_n) متتالية هندسية، ثم اكتب w_n بدلالة n.

3- / تحقق أن (u_n) متزايدة و (v_n) متناقصة.

4- / علما أن (u_n) و (v_n) متقاربتان، أوجد نهاية كل متتالية مما سبق.

5- / ما ذا تستخلص من السؤالين 2 و 4 ؟