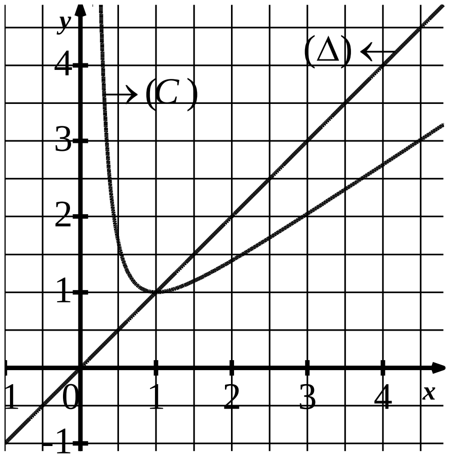
ثانوية: محمد العربي بعرير طولقة — السنة الدراسية: 2020/2019

المستوى : ثالثة رياضي — الوقت : 4 سا

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0\,,+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{1}{3}(2x+\frac{1}{x^2})$



(u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0=3$

ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$

وليكن (C) التمثيل البياني للدالة f

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$ (أنظر الشكل المقابل)

1°) مثل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 على محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها

2°) أ/ أثبت بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $1\leq u_n\leq 3$

ب/ أثبت أن المتتالية (u_n) متناقصة

3°) أ/ بين أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-1\leq\frac{2}{3}(u_n-1)$

ب/ استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n-1\leq 2\left(\frac{2}{3}\right)^n$ ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty}u_n$

التمرين الثاني

في كل ما يلي n عدد طبيعي غير معدوم

من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم نعرف الدالة f_n على المجال $]-1\,,+\infty[$ بـ : $f_n(x)=x^n\ln(x+1)$

و (C_n) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1°) لتكن g_n الدالة المعرفة على المجال $]-1\,,+\infty[$ بـ : $g_n(x)=n\ln(x+1)+\frac{x}{x+1}$

برهن أن :

أ/ اذا كان : $-1<x<0$ فإن $g_n(x)<0$

ب/ اذا كان : $x>0$ فإن $g_n(x)>0$

2°) أ/ أحسب : $\lim_{x\to+\infty}f_n(x)$ ثم $\lim_{\substack{x\to-1\\>}}f_n(x)$ (لاحظ n زوجي و n فردي)

ب/ تحقق أنه من أجل كل x من المجال $]-1\,,+\infty[$

$f_1'(x)=g_1(x)$ ومن أجل كل $n>1$: $f_n'(x)=x^{n-1}g_n(x)$

جـ/ شكل جدول تغيرات الدالة f_n

3°) أدرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_1) و (C_2)

4°) أرسم (C_1) ، (C_2)

اقلب الصفحة

التمرين الثالث:

لتكن المعادلة التفاضلية المعرفة على ℝ بـ : $(1)........y'+y=4xe^{x}$

1°) حل في ℝ المعادلة التفاضلية $(2)........y'+y=0$ حيث y دالة قابلة للاشتقاق على ℝ

2°) أ/ بين أن الدالة u المعرفة على ℝ بـ : $u(x)=(2x-1)e^{x}$ هي حلا للمعادلة (1)

ب/ اثبت أن: الدالة v حلا للمعادلة (2) معناه الدالة $u+v$ حلا للمعادلة (1)

جـ/ استنتج مجموعة حلول المعادلة (1)

3°) عين الدالة f حيث f هي حل للمعادلة التفاضلية (1) و تحقق $f(0)=1$

4°) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $w_{n}=e^{-n}f(n)$

أحسب بدلالة n المجموع s_n حيث : $s_n=w_0+w_1+.....+w_{n-1}$

التمرين الرابع

I) لتكن g الدالة المعرفة على ℝ بـ : $g(x)=4e^{-x}-4x+5$

1°) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

2°) أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

3°) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]1.45\ ;\ 1.5[$

4°) استنتج اشارة $g(x)$

II) لتكن f الدالة المعرفة على ℝ بـ : $f(x)=\dfrac{(4x-1)e^{-x}}{1+e^{-x}}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1°) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا

2°) أ/ أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=4x-1$ مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f)

جـ/ أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

3°) أ/ بين أنه من أجل كل x من ℝ : $f'(x)=\dfrac{e^{-x}g(x)}{(1+e^{-x})^{2}}$ ، ثم شكل جدول تغيّرات الدالة f

ب/ بين أن $f(\alpha)=4\alpha-5$ ثم عين حصراً للعدد $f(\alpha)$

4°) أرسم (Δ) و (C_f)

5°) m وسيط حقيقي ، ناقش بيانيا حسب قيم m عدد واشارة حلول المعادلة : $f(x)=mx-1$

انتهى

بالتوفيق