الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية قسنطينة | **الثانوية: حسين براهامي**

المادة: الرياضيات | **المستوى: ثالثة ثانوي**

الشعبة : رياضيات | **المعامل: 7**

دورة ماي 2017 | **بكالوريا بيضاء** | **المدة : 4 سا وَ نصف**

الموضوع الأول

التمرين الأول(4ن): الفضاء (E) منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

1) بيّن أنّ مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق:

$(x+2y-z+2)^2+(3x+y+2z-1)^2=0$ هي (D) مستقيم يُطلب تعيين شعاع توجيه له.

2) بيّن أنّ مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق:

$(x+2y-z+2)^2-(3x+y+2z-1)^2=0$ هي إتحاد مستويين (P) وَ (Q) يُطلب إعطاء معادلتين ديكارتيتين لهما.

وَ تحقق من أنّ: $(P)\cap(Q)=\{(D)\}$.

3) نرفق بكل عدد حقيقي m المستو (P_m) المعرّف بالمعادلة الديكارتية:

$$(1+3m)x+(2+m)y+(2m-1)z+2-m=0$$

بيّن أنّ (P_m) يحوي (D).

4) هل أنّ كل مستو يحوي (D) هو المستو (P_m)؟ برر .

التمرين الثاني(4ن): يحتوي كيس على 10 كرات متماثلة لا نستطيع التفرقة بينها عند اللمس منها: 3 حمراء ، 3 خضراء وَ 4 بيضاء. نسحب من هذا الكيس ثلاث كرات في آن واحد.

1) ما هو إحتمال الحصول على نفس اللون؟ ما هو إحتمال الحصول على الألوان الثلاثة؟ ما هو إحتمال الحصول على كرة بيضاء على الأقل.

2) نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب ثلاث كرات "عدد الكرات البيضاء المسحوبة" ما هو قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X؟ (عرّف قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X).

3) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .

4) أحسب التباين $V(X)$ وَ الإنحراف المعياري $\sigma(X)$ للمتغير العشوائي X .

التمرين الثالث(5ن):

1) حل في مجوعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $\frac{Z-2}{Z-1}=z\ \dots(1)$ ثُمّ أكتب الحلول على الشكل المثلثي.

2) حل في مجوعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $\frac{Z-2}{Z-1}=i\ \dots(2)$ ثُمّ أكتب الحلول على الشكل الجبري.

3) في المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$، نعتبر النقط M ، A وَ B ذات اللواحق على الترتيب Z ، $1 = Z_A$ وَ $2 = Z_B$ حيث: M تختلف عن A وَ B.

فسّر هندسياً طويلة وَ عمدة للعدد $\frac{Z-2}{Z-1}$ ، جِد من جديد حلول المعادلة (2) هندسياً .

4) n عدد طبيعي غير معدوم ، بيّن بإعتبارات هندسية أنّ كل حل للمعادلة: $\left(\frac{Z-2}{Z-1}\right)^n = i$ ذو جزء حقيقي يُساوي $\frac{3}{2}$.

5) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $\left(\frac{Z-2}{Z-1}\right)^2 = i$ وَ أكتب الحلول على الشكل الجبري.

<u>التمرين الرابع:</u>

<u>الجزء الأول:</u> لتكن g وَ h الدالتين المعرفتين على المجال$]0;+\infty[$ كما يلـي:

$g(x) = x - 1 - \ln x$، $h(x) = x + (x-2)\ln x$.

1) أدرس تغيرات الدالة g.

2)إستنتج أن $g(x) \geq 0$ من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$.بين أن من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $h(x) = 1 + g(x) + (x-1)\ln x$، ثُمّ بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ $(x-1)\ln x \geq 0$ ، ثُمّ إستنتج إشارة $h(x)$ على المجال$]0;+\infty[$.

<u>الجزء الثاني:</u> لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = 1 + x\ln x - (\ln x)^2$.

نسمي (C_f) منحناها البياني في معلم متعامد متجانس$(o;\vec{i};\vec{j})$.

3) أحسب $\lim\limits_{x \to 0^{>}} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسياً، وَ أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

4) بيّن أنّه من أجل كل $x > 0 : f'(x) = \frac{h(x)}{x}$، ثُمّ إستنتج جدول تغيّرات الدالة f.

5) عيّن معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة A ذات الفاصلة 1، تحقق أنّه من أجل كل $x > 0$: $f(x) - x = (\ln x - 1)g(x)$، أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) وَ المماس (Δ).

6) أنشئ (Δ) وَ (C_f) علماً أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف فاصلتها محصورة بين 1 وَ 1.5.

<u>الجزء الثالث:</u> (U_n) متتالية معرفة كما يلي: $U_0 = \sqrt{e}$ وَ من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $U_{n+1} = f(U_n)$.

7) برهن بالتراجع أن من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $1 < U_n < e$ ، بيّن أنّ المتتالية (U_n) متناقصة. إستنتج أنّ المتتالية (U_n) متقاربة، ثمّ أحسب نهايتها.

الموضوع الثاني

التمرين الأول(4ن):

نعتبر المتتاليتين (x_n) وَ (y_n) حدودهما أعداد طبيعية، معرّفتان كما يلي:

$$\begin{cases} x_0 = 3 \\ y_0 = 1 \end{cases} \text{ وَ } \begin{cases} x_{n+1} = 2x_n - 1 \\ y_{n+1} = 2y_n + 3 \end{cases}$$

1) برهن أنّه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $x_n = 2^{n+1} + 1$.

2) أحسب $PGCD(x_8; x_9)$ ،ماذا تُلاحظ؟ هل العددين x_n وَ x_{n+1} أوليان فيما بينهما من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ؟
عيّن $PGCD(x_{2016}; x_{2017})$ ثُمّ $PGCD(x_{1437}; x_{1438})$.

3) برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $2x_n - y_n = 5$. عبّر عن y_n بدلالة n، ثُمّ أدرس حسب قيم p باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^p على 5.

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $d_n = PGCD(x_n; y_n)$
برهن أنّ $d_n = 1$ أَوْ $d_n = 5$ ثُمّ إستنتج مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $PGCD(x_n; y_n) = 1$.

التمرين الثاني(4ن):

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ وَ α عدد حقيقي حيث: $\alpha \in]0; \pi[$.

نعتبر (S_α) مجموعة النقط $M(x; y; z)$ من الفضاء حيث:

$$OM^2 - 2\cos(\alpha)\left[\overrightarrow{OM}.\left(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}\right)\right] + 3 - 4\sin^2(\alpha) = 0$$

1) عيّن معادلة ديكارتية للمجموعة (S_α) ، بيّن أنّها سطح كرة يُطلب تعيين مركزها I_α وَ نصف قطرها R_α.

2) إستنتج مجموعة النقط I_α عندما يمسح العدد الحقيقي α في المجال $]0; \pi[$.

3) عيّن سطوح الكرّات (S_α) التي تمّر من المبدأ ، و بيّن أنّ المبدأ هو منتصف القطعة $[I_{\pi-\alpha} I_\alpha]$، ماذا تستنتج بالنسبة لسطحي الكرتين (S_α) وَ $(S_{\pi-\alpha})$ ؟

4) ليكن (P) المستوي ذي المعادلة الديكارتية : $x + y + z = 0$.
عيّن إحداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة I_α على المستوي (P) ثُمّ أدرس تقاطع سطح الكرة (S_α) وَ المستوي (P).

التمرين الثالث(5ن):

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$،(وحدة الطول$5cm$).

نضع:$Z_0=2$ ،وَ من أجل كل عدد طبيعي n، $Z_{n+1}=\frac{1+i}{2}Z_n$،وَ نسمي A_n صورة العدد المرّكب Z_n.

1) أحسب الأعداد المرّكبة: Z_1، Z_2، Z_3،Z_4 ، ثم تحقق أنّ Z_4 حقيقي. مثّل عندئذ النقط:A_1 ،A_2،A_3 وَ A_4.

2) من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع : $u_n=|Z_n|$. بيّن أنّ المتتالية (u_n) هندسية يُطلب تعيين أساسها وَ حدّها الأول، ثُمّ أكتب u_n بدلالة n.

3) عيّن العدد الطبيعي A_0 بحيث من أجل $n\geq n_0$ ، النقط A_n تقع داخل قرص مركزه O وَ نصف قطره 0.1.

4) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $\frac{Z_{n+1}-Z_n}{Z_{n+1}}=i$ ، إستنتج طبيعة المثلث OA_nA_{n+1}.

5) من أجل كل عدد طبيعي n نسمي l_n طول الخط المنكسر المحدد بالنقاط:

A_0 ، A_1،A_2،...،A_{n-1}،A_n.

عبّر عن l_n بدلالة n وَ عيّن نهايتها .

التمرين الرابع (7ن):

m وسيط حقيقي، f_m الدالة العددية للمتغير الحقيقي x و المعرّقة على $\mathbb{R}$ بـ :

. $f_m(x)=e^{-2x}-(1+m)e^{-x}+m$

(C_m) التمثيل البياني للدالة f_m في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

الجزء الأول: نضع $m=1$:

1) أدرس تغيرّات الدالة f_1.

2) برهن أنّ المنحنى (C_1) يقبل نقطة إنعطاف A_0 يُطلب تعيينها وَ أكتب (T) معادلة المماس لـ(C_1) عندها.

3) أرسم المماس(T) وَ المنحنى (C_1) . (تؤخذ $\|\vec{i}\|=2cm$).

4) أحسب المساحة $\mathcal{A}(\lambda)$ للحّيز المحدود بالمنحنى (C_1) وَ حامل محور التراتيب المستقيمين اللذين معادلتاهما: $y=1$ وَ $x=\lambda$. حيث $\lambda>0$ ، ثُمّ أحسب نهاية $\mathcal{A}(\lambda)$ لما λ يؤول إلى $(+\infty)$.

الجزء الثاني: m وسيط حقيقي كيفي.

5) بيـّن أنَّ المنحنيات (C_m) تشترك في نقطة ثابتة يطلب تعيينها، ثُمّ ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود نقاط تقاطع (C_m) وَ حامل محور الفواصل.

6) أدرس تغيرّات الدالة f_m .

7) m' عدد حقيقي حيث $m'>m$. أدرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_m) وَ $(C_{m'})$ ثُمّ أرسم (**دون دراسة التغيرات**) المنحيين (C_{-2}) وَ (C_3) في نفس المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.برهن أنّ ذرى(**مجموع ذروة**) المنحنيات (C_m) - النقط التي تقبل عندها f_m قيم حدية - تنتمي إلى منحنى (P) يُطلب إعطاء معادلة له مستقلة عن m.

بالتوفيق ـــــــــــــــــــــــــــــ الإثنين 15 ماي 2017