

الموضوع الخامس

التمرين الأول:

نعتبر في \mathbb{Z}^2 المعادلة الآتية: (1) $5x - 6y = 3$

1. أثبت أنه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلا للمعادلة (1) فإن x مضاعف للعدد 3 .
2. استنتج حلا خاصا للمعادلة (1) ثم حل في \mathbb{Z}^2 المعادلة (1).
3. استنتج حلول الجملة $E: \begin{cases} x \equiv -4 \pmod{5} \\ x \equiv -1 \pmod{6} \end{cases}$
4. حلل العدد 2016 الى عوامل أولية ثم استنتج الاعداد التي مربعاتها تقسم العدد 2016
5. نضع $m = PPCM(a, b)$ و $d = PGCD(a, b)$ عين العددين الطبيعيين a و b حيث أن $m^2 - 2d^2 = 2016$

التمرين الثاني:

اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير في كل مما يلي:

الجواب - أ -	الجواب - ب -	الجواب - ج -	
$y = ce^{\frac{-x}{2}} - 3$	$y = ce^{\frac{-x}{2}} + 2$	$y = ce^{\frac{-x}{2}} + 3$	حلول المعادلة التفاضلية $2y' + y - 3 = 0$ هي
e	e^{-1}	$2e$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+e) - 1}{x}$
$S = \left] \frac{1-e^3}{2}; \frac{1}{2} \right[$	$S = \left] -\infty; \frac{1}{2} \right[$	$S = \left] -\infty; \frac{1-e^3}{2} \right[$	حلول المتراجحة $\ln(-2x+1) < 3$ هي
مقارب عمودي معادلته $x = -1$	مقارب أفقي معادلته $y = -1$ عند $-\infty$	مقارب مائل معادلته $y = 2x$ عند $+\infty$	إذا كان $f(x) = \ln(e^{2x} + 1)$ فإن (C_f) يقبل
0	1	2	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3\sin(x) - x}{x^2}$

التمرين الثالث:

يحتوي صندوق على 12 كرية لا تفرق بينها باللمس منها 3 كريات بيضاء مرقمة بالأرقام 1 و 1 و 2 وأربع كريات حمراء مرقمة بالأرقام 1 و 1 و 2 و 2 و 2 و 2 و 3 و 3 ، نسحب من الصندوق كرتين في ان واحد .

- (1) أ - احسب عدد الحالات الممكنة لهذا السحب .
 (2) ب - لتكن الحادثتان A و B حيث : A " سحب كريتان من نفس اللون " ، B " سحب كرية خضراء على الأقل "

• أحسب احتمال الحوادث التالية : A ، B ، $A \cap B$

ج- هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟

(3) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة مجموع الرقمين المحصل عليهما .

أ- عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X ثم عين قانون احتماله .

ب- احسب الامل الرياضي $E(X)$ ثم احسب الاحتمال $P(x^2 - 6x + 8 \leq 0)$.

التمرين الرابع:

i. نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = 1 - x^2 - 2\ln x$

1. ادرس اتجاه تغير الدالة g .

2. احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$.

ii. نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{2\ln x}{x^2} - 2x + 3$ و (C_f) منحناها البياني المنسوب الى المعلم

المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. احسب كلا من $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة الأخيرة بيانيا .

2. أ - بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{2g(x)}{x^3}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3. أ - بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α ، β حيث $0,6 < \alpha < 0,8$ و $1,6 < \beta < 1,8$

ب- استنتج إشارة $f(x)$.

4. أ - بين أن المستقيم الذي معادلته $y = -2x + 3$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $(+\infty)$.

ب- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ)

5. أنشئ (Δ) والمنحنى (C_f)

6. نعتبر الدالة h المعرفة على \mathbb{R}^* بـ : $h(x) = \frac{2\ln|x|}{x^2} - 2|x| + 3$

• بين ان الدالة h زوجية ثم اشرح كيفية انشاء (C_h) اعتمادا على (C_f) .

7. نعتبر الدالة k المعرفة كما يلي: $k(x) = \ln f(x)$

• اعتمادا على السؤال 3- ب شكل جدول تغيرات الدالة k .

حل الموضوع الخامس

التمرين الأول:

نعتبر في \mathbb{Z}^2 المعادلة الاتية: (1) $5x - 6y = 3$

1. إثبات أنه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلا للمعادلة (1) فإن x مضاعف للعدد 3 .

لدينا (1) تكافئ $5x = 6y + 3 = 3(2y + 1)$ يكافئ $5x \equiv 0[3]$ وبما أن 3 و 5 أوليان فيما بينهما فحسب مبرهنة غوص فإن $x \equiv 0[3]$ أي أن x مضاعف للعدد .

2. استنتاج حلا خاصا للمعادلة (1) ثم حل في \mathbb{Z}^2 المعادلة (1).

من الملاحظ أن الثنائية $(3; 2)$ هي حل خاص للمعادلة (1).

حل المعادلة (1) في \mathbb{Z}^2 :

لدينا : $\begin{cases} 5x - 6y = 3 \\ 5(3) - 6(2) = 3 \end{cases}$ بالطرح نجد : $5(x - 3) - 6(y - 2) = 0$ أي $5(x - 3) = 6(y - 2)$ وبما أن

5 و 6 أوليان فيما بينهما فحسب نظرية غوص نجد : 5 يقسم $(y - 2)$ ومنه $y - 2 = 5k$ أي $y = 5k + 2$

و 6 يقسم $(x - 3)$ ومنه $x - 3 = 6k$ أي $x = 6k + 3$ ومنه مجموعة الحلول هي : $S = \{(6k + 3; 5k + 2) / k \in \mathbb{Z}\}$

3. استنتاج حلول الجملة $E: \begin{cases} x \equiv -4[5] \\ x \equiv -1[6] \end{cases}$:

يعني أن $\begin{cases} x = 5\alpha - 4 \\ x = 6\beta - 1 \end{cases}$ أي أن : $5\alpha - 4 = 6\beta - 1$ ومنه : $5\alpha - 6\beta = 3$ وهي تكافئ المعادلة (1)

ومما سبق $\alpha = 6k + 3$ ، $\beta = 5k + 2$ حيث $k \in \mathbb{Z}$ ومنه $x = 5(6k + 3) - 4 = 30k + 11; k \in \mathbb{Z}$

4. تحليل العدد 2016 الى عوامل أولية و استنتاج الاعداد التي مربعاتها تقسم العدد 2016

$$2016 = 2^5 \times 3^2 \times 7$$

استنتاج الاعداد التي مربعاتها تقسم العدد 2016 :

بما أن : $2016 = 2^5 \times 3^2 \times 7$ ومنه : $2016 = (2^2 \times 3)^2 \times 2 \times 7$ أي ان القواسم المطلوبة هي قواسم ومنه : $(2^2 \times 3)^2$

ومنه : $S = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

5. نضع $m = PPCM(a, b)$ و $d = PGCD(a, b)$ تعيين العددين الطبيعيين a و b حيث أن : $m^2 - 2d^2 = 2016$

نعتبر العددين الطبيعيين حيث أن $m^2 - 2d^2 = 2016$ وبما أن d قاسم للعدد m فإن d^2 قاسم للعدد m^2 ومنه d^2 قاسم للعدد 2016 :

- لما $d = 1$ فإن $m^2 = 2018$ و بما أنها ليست مربع تام فإنها مرفوضة.
- لما $d = 2$ فإن $m^2 = 2024$ و بما أنها ليست مربع تام فإنها مرفوضة.
- لما $d = 3$ فإن $m^2 = 2034$ و بما أنها ليست مربع تام فإنها مرفوضة.
- لما $d = 4$ فإن $m^2 = 2048$ و بما أنها ليست مربع تام فإنها مرفوضة.
- لما $d = 6$ فإن $m^2 = 2088$ و بما أنها ليست مربع تام فإنها مرفوضة.

- لما $d = 12$ فإن $m^2 = 2304$ مقبول ومنه $m = 48$ أي أن $ab = 12 \times 48 = 576$ وبوضع $a = 12a'$ و

و $b = 12b'$ حيث العددان a' و b' أوليان فيما بينهما $144a'b' = 576$ ومنه $a'b' = 4$ إذن الثنائيات $(a'; b')$ هي

$(1; 4)$ و $(4; 1)$ ومنه الثنائيات $(a; b)$ هي $(12; 48)$ و $(48; 12)$.

التمرين الثاني:

اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير في كل مما يلي:

1. حلول المعادلة التفاضلية $2y' + y - 3 = 0$ هي: $y = ce^{\frac{-x}{2}} + 3$ (الجواب - ج -)

التبرير: $2y' + y - 3 = 0$ تكافئ $y' = \frac{-1}{2}y + \frac{3}{2}$ وهي من الشكل $y' = ay + b$ وحلولها هي الدوال حيث

$$y = ce^{\frac{-x}{2}} + 3 \text{ أي } y = ce^{ax} - \frac{b}{a}$$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+e) - 1}{x} = e^{-1}$ (الجواب - ب -)

التبرير: نضع $f(x) = \ln(x+e)$ ومنه $f'(x) = \frac{1}{x+e}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+e) - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+e) - \ln(0+e)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = f'(0) = \frac{1}{e} = e^{-1}$$

3. حلول المتراجحة $\ln(-2x+1) < 3$ هي $S = \left] \frac{1-e^3}{2}; \frac{1}{2} \right[$ (الجواب - أ -)

التبرير: مجموعة تعريف المتراجحة هي $D = \left] -\infty; \frac{1}{2} \right[$ حيث

$$\begin{aligned}
\ln(-2x+1) &< 3 \\
\ln(-2x+1) &< \ln e^3 \\
-2x+1 &< e^3 \\
-2x &< e^3-1 \\
x &> \frac{1-e^3}{2}
\end{aligned}$$

4. إذا كان $f(x) = \ln(e^{2x} + 1)$ فإن (C_f) يقبل مقارب مائل معادلته $y = 2x$ عند $+\infty$ (الجواب - ج -)
التبرير:

$$\begin{aligned}
\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x)] &= \lim_{x \rightarrow +\infty} [\ln(e^{2x} + 1) - (2x)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\ln \left(e^{2x} \left(1 + \frac{1}{e^{2x}} \right) \right) - 2x \right] \\
&= \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln e^{2x} + \ln \left(1 + \frac{1}{e^{2x}} \right) - 2x \\
&= \lim_{x \rightarrow +\infty} \cancel{2x} + \ln \left(1 + \frac{1}{e^{2x}} \right) - \cancel{2x} = 0
\end{aligned}$$

5. (الجواب - أ -) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3\sin(x) - x}{x^2} = 0$

التبرير:

لدينا: $-1 \leq \sin(x) \leq 1$ ومنه $-3 \leq 3\sin(x) \leq 3$ ومنه $-3 - x \leq 3\sin(x) - x \leq 3 - x$ ومنه نجد:

$$\frac{-3-x}{x^2} \leq \frac{3\sin(x) - x}{x^2} \leq \frac{3-x}{x^2}$$

وبما أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3-x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x} = 0$ فإن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3\sin(x) - x}{x^2} = 0$ * نظرية الحصر *

التمرين الثالث:

1) أ - حساب عدد الحالات الممكنة لهذا السحب .

عدد الحالات الممكنة لهذا السحب هي: $C_{12}^2 = 66$

ب - حساب احتمال الحوادث التالية: A ، B ، $A \cap B$

A " سحب كرتين من نفس اللون " يعني سحب كرتين حمراوين أو كرتين خضراوين أو كرتين بيضاوين ومنه:

$$P(A) = \frac{C_3^2 + C_4^2 + C_5^2}{66} = \frac{19}{66}$$

B " سحب كرة خضراء على الأقل " يعني سحب كرة خضراء وكرة من لون آخر أو سحب كرتين خضراوين ومنه:

$$P(B) = \frac{C_5^1 \times C_7^1 + C_5^2}{66} = \frac{35 + 10}{66} = \frac{45}{66} = \frac{15}{22}$$

$$P(A \cap B) = \frac{C_5^2}{66} = \frac{10}{66} = \frac{5}{33} \text{ أي " سحب كرتين خضراوين " أي}$$

هل الحادثان A و B مستقلتان يعني أن $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ ولدينا

$$P(A) \times P(B) = \frac{19}{66} \times \frac{15}{22} = \frac{95}{484} \neq \frac{5}{33} \neq P(A \cap B)$$
 ومنه الحادثان غير مستقلان

(2) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة مجموع الرقمين المحصل عليهما .

أ- تعيين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X

القيم الممكنة للمتغير العشوائي هي $\{2, 3, 4, 5\}$

تعيين قانون احتماله .

2 : هو مجموع 1 و 1 ومنه عدد الحالات الملائمة لما $X = 2$ هي $C_5^2 = 10$

3 : هو مجموع 1 و 2 ومنه عدد الحالات الملائمة لما $X = 3$ هي $C_5^1 \times C_6^1 = 30$

4 : هو مجموع 2 و 2 أو مجموع 1 و 3 ومنه عدد الحالات الملائمة لما $X = 4$ هي $C_6^2 + C_5^1 = 20$

5 : هو مجموع 2 و 3 ومنه عدد الحالات الملائمة لما $X = 5$ هي $C_6^1 = 6$

x_i	2	3	4	5
$P(X = x_i)$	$\frac{10}{66}$	$\frac{30}{66}$	$\frac{20}{66}$	$\frac{6}{66}$

ب- حساب الامل الرياضي $E(X)$:

$$E(X) = 2 \left(\frac{10}{66} \right) + 3 \left(\frac{30}{66} \right) + 4 \left(\frac{20}{66} \right) + 5 \left(\frac{6}{66} \right) = \frac{220}{66} = \frac{10}{3}$$

حساب الاحتمال $P(x^2 - 6x + 8 \leq 0)$.

نحسب مميز $x^2 - 6x + 8$ نجد أن $\Delta = 4$ ومنه جذريه هما 4 و 2 إذن :

$$P(x^2 - 6x + 8 \leq 0) = P(2 \leq x \leq 4) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)$$

$$P(x^2 - 6x + 8 \leq 0) = \frac{10}{66} + \frac{30}{66} + \frac{20}{66} = \frac{60}{66} = \frac{10}{11}$$

ومنه :

i. نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = 1 - x^2 - 2\ln x$

1. دراسة اتجاه تغير الدالة g .

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (1 - x^3 - 2\ln x) = +\infty \quad \bullet$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (1 - x^3 - 2\ln x) = -\infty \quad \bullet$$

حساب ودراسة إشارتها :

$$g'(x) = -3x^2 - \frac{2}{x} = \frac{-3x^3 - 2}{x} = \frac{-(3x^3 + 2)}{x} : g \text{ تقبل الاشتقاق على }]0; +\infty[\text{ ودالتها المشتقة هي :}$$

نلاحظ أن $g'(x) < 0$ ، ومنه الدالة g متناقصة تماما على $]0; +\infty[$

$$2. \text{ حساب } g(1) : g(1) = 1 - (1)^3 - 2\ln 1 = 1 - 1 - 0 = 0$$

استنتاج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$:

x	0	1	$+\infty$
إشارة $g(x)$		+	0 -

ii. نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{2\ln x}{x^2} - 2x + 3$ و (C_f) منحناها البياني المنسوب الى المعلم

المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. حساب كلا من $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ وتفسير النتيجة الأخيرة بيانيا :

$$\left(\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{2\ln x}{x^2} \right) = -\infty \right) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{2\ln x}{x^2} - 2x + 3 \right) = -\infty \quad \bullet$$

$$\left(\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\ln x}{x^2} \right) = 0 \right) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2\ln x}{x^2} - 2x + 3 \right) = -\infty \quad \bullet$$

ومنه المستقيم ذو المعادلة $x = 0$ حامل محور الترتيب مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $(-\infty)$.

$$2. \text{ أ - تبين أنه من أجل كل } x \text{ من }]0; +\infty[: f'(x) = \frac{2g(x)}{x^3}$$

f تقبل الاشتقاق على ودالتها المشتقة هي :

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \left(\frac{2 \ln x}{x^2} - 2x + 3 \right)' = \frac{2 \frac{1}{x} \times x^2 - 2x \times 2 \ln x}{x^4} = \frac{2x - 4x \ln x}{x^4} - 2 \\
&= \frac{2 - 4 \ln x}{x^3} - 2 \\
&= \frac{2 - 4 \ln x - 2x^3}{x^3} \\
&= \frac{2(1 - 2 \ln x - x^3)}{x^3} \\
&= \frac{2g(x)}{x^3}
\end{aligned}$$

من أجل كل $x \in]0; +\infty[$ فإن $x^3 > 0$ ومنه إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$.

ب- استنتاج اتجاه تغير الدالة f وتشكيل جدول تغيراتها.

$$\bullet \quad g(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 0 \quad \text{ومنه } x = 1$$

$$\bullet \quad g(x) > 0 \Leftrightarrow f'(x) > 0 \quad \text{ومنه الدالة } f \text{ متزايدة تماما على المجال }]0; 1[$$

$$\bullet \quad g(x) < 0 \Leftrightarrow f'(x) < 0 \quad \text{ومنه الدالة } f \text{ متناقصة تماما على المجال }]1; +\infty[$$

جدول التغيرات :

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		+	0 -
$f(x)$	$-\infty$	\nearrow 1 \searrow	$-\infty$

3. أ- تبين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α, β حيث $0,6 < \alpha < 0,8$ و $1,6 < \beta < 1,8$:

* على المجال $]0,6; 0,8[$:

- f مستمرة على $]0,6; 0,8[$

- $f(0,6) \times f(0,8) < 0$ (لان $f(0,6) = -1,03$ و $f(0,8) = 0,7$)

- f رتيبة على المجال $]0,6; 0,8[$.

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,6 < \alpha < 0,8$

* على المجال $]1,6;1,8[$:

- f مستمرة على $]1,6;1,8[$

- $f(0,6) \times f(0,8) < 0$ (لان $f(1,6) = 0,16$ و $f(1,8) = -0,23$)

- f رتيبة على المجال $]1,6;1,8[$.

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا β حيث $1,6 < \beta < 1,8$

ب- استنتاج إشارة $f(x)$:

x	0	α	β	$+\infty$	
إشارة $f(x)$	-	0	+	0	-

4. أ- تبين أن المستقيم الذي معادلته $y = -2x + 3$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $(+\infty)$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-2x + 3)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2 \ln x}{x^2} \right) = 0$$

فإن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -2x + 3$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $(+\infty)$.

ب- دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

ندرس إشارة الفرق $[f(x) - (-2x + 3)]$ وهو من إشارة $\frac{2 \ln x}{x^2}$

• $[f(x) - (-2x + 3)] = 0$ تكافئ $\frac{2 \ln x}{x^2} = 0$ ومنه $\ln x = 0$ أي $\ln x = \ln 1$ ومنه $x = 1$

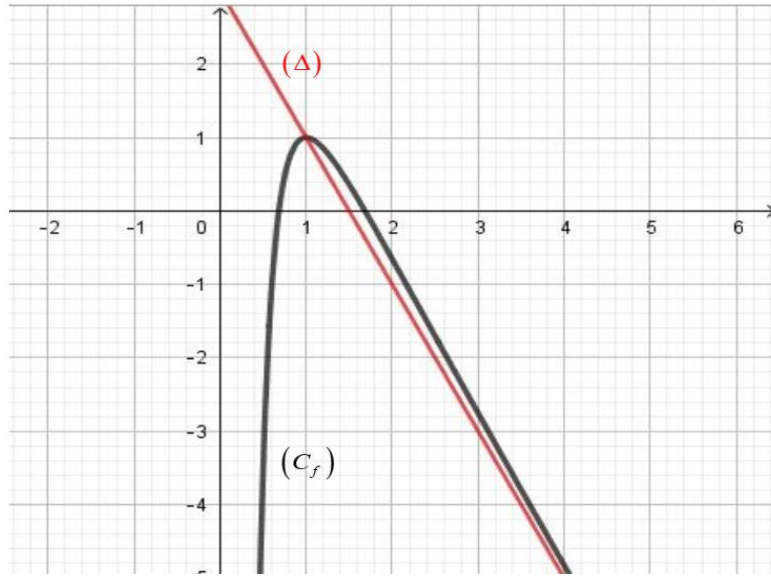
• $[f(x) - (-2x + 3)] > 0$ كافئ $\frac{2 \ln x}{x^2} > 0$ ومنه $\ln x > 0$ أي $\ln x > \ln 1$ ومنه $x > 1$ أي $x \in]1; +\infty[$

• $[f(x) - (-2x + 3)] < 0$ كافئ $\frac{2 \ln x}{x^2} < 0$ ومنه $\ln x < 0$ أي $\ln x < \ln 1$ ومنه $x < 1$ أي $x \in]0; 1[$

الوضع النسبي :

x	0	1	$+\infty$
وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)			
		(C_f) يقطع (Δ)	
	(C_f) تحت (Δ)		(C_f) فوق (Δ)

5. إنشاء (Δ) والمنحنى (C_f) :



6. نعتبر الدالة h المعرفة على \mathbb{R}^* بـ : $h(x) = \frac{2\ln|x|}{x^2} - 2|x| + 3$.
 أ- تبين ان الدالة h زوجية و شرح كيفية انشاء (C_h) اعتمادا على (C_f) .

$$\begin{aligned} h(-x) &= \frac{2\ln|-x|}{(-x)^2} - 2|-x| + 3 \\ &= \frac{2\ln|x|}{x^2} - 2|x| + 3 \\ &= h(x) \end{aligned}$$

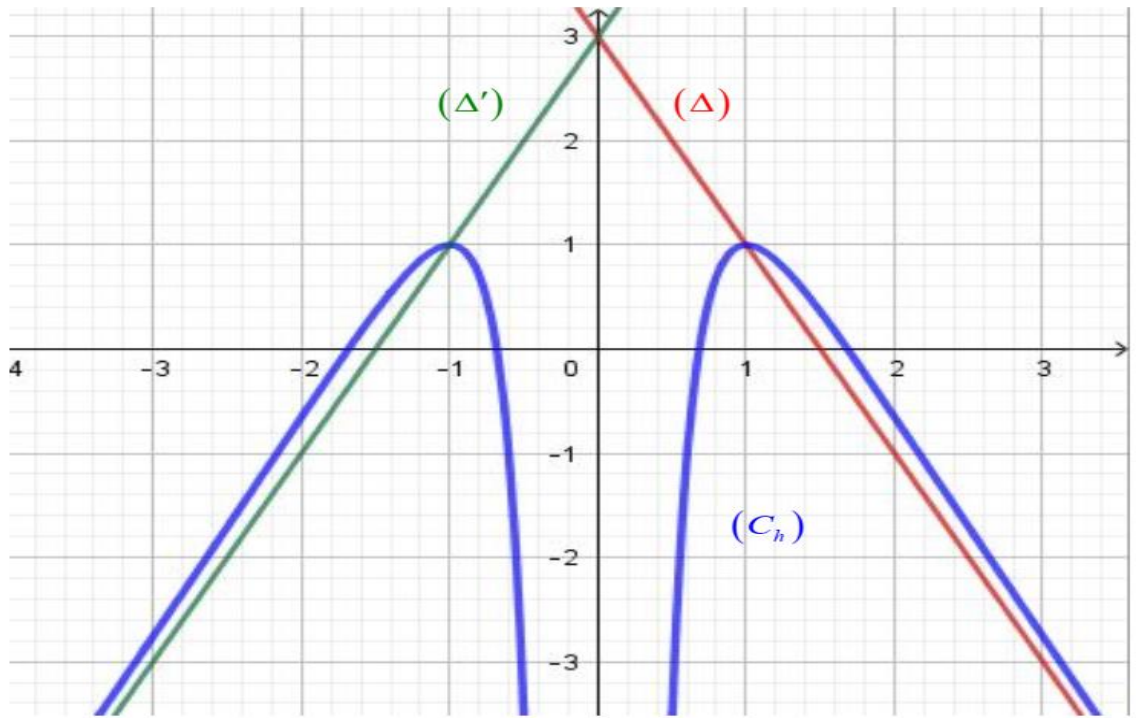
من أجل $x \in D_h$ ، $-x \in D_h$ (D_h متناظر بالنسبة لـ 0) :

ومنه h دالة زوجية .

شرح كيفية انشاء (C_h) اعتمادا على (C_f) :

- على المجال $]0; +\infty[$: (C_h) منطبق على (C_f) ، ($h(x) = \frac{2\ln x}{x^2} - 2x + 3 = f(x)$)
- على المجال $]-\infty; 0[$: (C_h) هو نظير (C_f) بالنسبة لحامل محور الترتيب ، (h دالة زوجية)

إنشاء (C_h) :



7. نعتبر الدالة k المعرفة كما يلي: $k(x) = \ln f(x)$

- اعتمادا على السؤال 3- ب تشكيل جدول تغيرات الدالة k .

$$k'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}, \quad D_k =]\alpha; \beta[\text{ ومنه } f(x) > 0$$

x	α	1	β	
$k'(x)$		+	0	-
$k(x)$			0	
	$-\infty$		$-\infty$	

ZERROUKI AISSA