التاريخ:17/02/13 ثانوية عبد الرحمن بن رستم-تيارت- السنة الدراسية:17/16

المستوى: 3 رياضي **الفرض الثاني للثلاثي الثاني في مادة الرياضيات** المدة: $\overline{1001011}^2$دقيقة

التمرين الأول:

➢ ليكن $P(z)$ كثير حدود للمتغير المركب z حيث: $P(z) = z^3 + z^2 - 4z + 6$

1. بين أنه من أجل كل عدد مركب z ، $\overline{P(z)} = P(\bar{z})$.
2. تحقق أن $1 + i$ جذر لكثير الحدود $P(z)$ ، ثم استنتج جذرا آخر له.
3. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة $P(z) = 0$.

➢ نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o; \vec{u}; \vec{v})$ النقط $A; B$ و C التي لاحقاتها :
$z_A = -1$ ، $z_B = 1 + i$ و $z_C = \overline{z_B}$ على الترتيب.

1. التحويل النقطي S ، يرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي النقطة $M'(z')$ حيث: $z' = (1 + i)z + 1$
   - **أ** ما طبيعة التحويل S؟ عين عناصره المميزة.
   - **ب** لتكن M نقطة تختلف عن A. ما طبيعة المثلث AMM'؟
2. n عدد طبيعي و n نقطة من المستوي تختلف عن A ، لاحقتها العدد المركب z_A.

   نضع: $M_0 = O$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $M_{n+1} = S(M_n)$.

   - **أ** أثبت أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $z_n = (1 + i)^n - 1$.
   - **ب** عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها تكون النقط O ، A و M_n في إستقامية.

التمرين الثاني:

(u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول u_0 و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{3u_n - 1}{2u_n}$.

1. عين قيم u_0 التي من أجلها تكون المتتالية (u_n) ثابتة.
2. نفرض في كل ما يأتي أن: $u_0 = 2$.
   - **أ** برهن بالتراجع أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > 1$.
   - **ب** ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).
   - **ت** هل المتتالية (u_n) متقاربة؟ برر إجابتك.
3. لتكن (v_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $v_n = \frac{u_n - 1}{2u_n - 1}$.
   - **أ** بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
   - **ب** احسب بدلالة n ، كلا من S_n و π_n حيث:

$$S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n \quad \text{و} \quad \pi_n = v_0 \times v_1 \times \ldots \times v_n$$

أستاذكم بن عابد ف تتمنى لكم النجاح في بكالوريا 2017