

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضياتالتمرين الأول: (7 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[0; 2]$ ب: $f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0; 2]$.

2. نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة على \mathbb{N} كما يلي:

$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ ، كما هو موضح في الشكل.

أ. مثل على محور الفواصل الحدود $U_2; U_1; U_0$ (دون حساب)، مبرزاً خطوط الرسم. (الرسم على الوثيقة المرفقة وتعاد مع أوراق الإجابة).

ب. ما هو تخمينك حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) ، وتقاربها.

3. أ. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $1 < U_n \leq 2$.

ب. أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) ثم استنتج اتجاه تغير (U_n) .

ت. استنتج أن (U_n) متقاربة.

4. أ. بين أنه من أجل كل x من $[1; 2]$ فإن: $\frac{f(x)-1}{x-1} = 1 - \frac{2}{x+1}$.

ب. بين أنه من أجل كل x من $[1; 2]$ فإن: $0 < \frac{f(x)-1}{x-1} \leq \frac{1}{3}$.

ت. استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < U_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{3}(U_n - 1)$.

ث. استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < U_n - 1 \leq (\frac{1}{3})^n$.

5. نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$.

أ. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $n < S_n \leq n + \frac{1}{2} \left[1 - (\frac{1}{3})^n \right]$.

ب. استنتج: $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

التمرين الثاني: (06.5)

الجزء الأول: نعتبر في $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ المعادلة: (*) $2019x - 1440y = 3177$

1. أ. أحسب $PGCD(2019; 1440)$ واستنتج أن المعادلة (*) تقبل حولا في $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$.

ب. بين أن المعادلة (*) تكافئ المعادلة: $673x - 480y = 1059$.

2. أ. جد حلا خاصا $(x_0; y_0)$ للمعادلة (*) حيث: $x_0^2 + 480y_0 = 969$ (مع $x_0 \geq 0$).

ب. حل في $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ المعادلة (*) بأخذ $(x_0; y_0) = (3; 2)$.

3. نعتبر الجملة (S) حيث: $\begin{cases} \lambda \equiv -59[673] \\ \lambda \equiv 1000[480] \end{cases}$ (S)

• عين قيم العدد الصحيح λ التي تحقق الجملة (S) .

الجزء الثاني:

1. أ. أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 3^n و 5^n على 7.
ت. استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد: $2020^{2019} + 1440^{1439} - 2019^{2018}$ على 7 .
ث. عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق:

$$3 \times 2019^n - 2 \times 1440^n + 2020^{2019} \equiv 0[7]$$

2. N العدد الطبيعي الذي يكتب في النظام التعداد ذي الأساس 5 كما يلي: $N = \overbrace{1 \dots \dots \dots 110}^{2018 \text{ رقم}}$

بين أن العدد الطبيعي: $N - 5$ مضاعف ل: 7

التمرين الثالث:(06.5)

الجزء الأول: يحتوي صندوق U على 7 كريكات حمراء تحمل الأرقام : 0,1,2,3,4,5,6 ، و 3 خضراء تحمل الأرقام: 3, -2, -4 لانفرق بينها باللمس. نسحب من هذا الصندوق 3 كرات في آن واحد . أحسب احتمال الحوادث الآتية:

A: "الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون " .

B: "الحصول على كريتين حمراوين على الأقل " .

C: "الحصول على كرية خضراء على الأكثر وتحمل رقما سالبا " .

D: "الحصول على ثلاث كرات جداء أرقامها معدوم " .

E: "الحصول على ثلاث كرات جداء أرقامها عدد سالب تماما " .

الجزء الثاني: نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في هذا الصندوق .

أ. عين قيم المتغير العشوائي X ، ثم عرف قانون احتماله .

ب. أحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .

الجزء الثالث: نعتبر زهرة نرد بستة وجوه أربع منها تحمل الرمز α و وجهان يحملان الرمز β ونقوم بالتجربة التالية : نرمي زهر النرد فإذا ظهر الرمز α نسحب على التوالي دون إرجاع كريتين من الصندوق U ، وإذا ظهر الرمز β نسحب على التوالي مع الإرجاع كريتين من نفس الصندوق U .

أ. مثل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه التجربة مع إرفاق جميع الفروع باحتمالاتها المناسبة.

ب. أحسب احتمال الحصول على كريتين من نفس اللون.

ت. (خاص بشعبة الرياضيات فقط) أحسب احتمال ظهور الرمز α علما أن الكريتين المسحوبتين مختلفتين في اللون .

الصفحة 2/2 انتهى

أساتذة المادة يتمنون لتلاميذنا الأعزاء التوفيق والنجاح في شهادة البكالوريا

الوثيقة المرافقة للتمرين الأول:

