التمرين الأول : (07 نقاط) .

1 نعطي العدد الحقيقي α من المجال $[0;\pi]$ و العدد مركب z و العبارة $P(z)$ المعرفة كما يلي:

$$P(z)=z^3-(1-2\sin\alpha)z^2+(1-2\sin\alpha)z-1$$

1) احسب $P(1)$ ثم استنتج انه يوجد عددين حقيقيين a و b يطلب تعيينهما بحيث: $P(z)=(z-1)(z^2+az+b)$.

2) حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة : $P(z)=0$.

3) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نعطي النقط A , B و C لواحقها على الترتيب

$$z_A=1 \quad ، \quad z_B=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i \quad و \quad z_C=\overline{z}_B$$

أ- علم النقط A ، B و C . ما طبيعة المثلث ABC ؟

ب- نعطي النقطة D نظيرة O بالنسبة إلى النقطة B و $\mathbf{S}$ التشابه المباشر الذي مركزه O و يحول C إلى D .

جـ- عين العناصر المميزة للتشابه المباشر $\mathbf{S}$.

4) عين العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{1}{z_B}\right)^n$ عددا حقيقيا سالبا.

التمرين الثاني: (07نقاط):

1) أ) عين مجموعة الثنائيات $(x;y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حلول المعادلة: $(E): 8x-5y=3$

ب) m عددا صحيحا بحيث توجد ثنائية $(p;q)$ من الأعداد الصحيحة تحقق: $m=8p+1$

و $m=5q+4$ ، بين أن الثنائية $(p;q)$ هي حل للمعادلة (E) ، واستنتج أن: $m\equiv 9[40]$

ج) عين أصغر عدد طبيعي m أكبر من 2000 .

2) أ) أثبت أنه من أجل عدد طبيعي k لدينا: $2^{3k}\equiv 1[7]$.

ب) ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^{2009} على 7 ؟

3) a و b عددان طبيعيان أقل من أو يساوي 9 مع $a\neq 0$ ، ونعتبر العدد الطبيعي N حيث: $N=a\times 10^3+b$.علما أنه في النظام العشري العدد N يكتب $N=\overline{a00b}$.

نريد تعيين من ضمن هذه الأعداد الطبيعية N تلك التي تقبل القسمة على 7 .

أ) تحقق من أن: $10^3\equiv -1[7]$. ب) استنتج الأعداد الطبيعية N التي تقبل القسمة على 7 في الحالة $a\equiv 2[7]$ و $b\equiv 2[7]$.

التمرين الثالث (06نقاط) :

(I) : يحتوي وعاء على nكرة بيضاء و5 كرات حمراء و3 كرات خضراء. نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد (متماثلة عند اللمس).

1) نرمز بالرمز $P(n)$ إلى احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون.

2) أثبت أنّ : $P(n)=\frac{(n^2-n+26)}{(n+8)(n+7)}$. احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} p(n)$ ،ثمّ فسّر النتيجة..

(II) : في هذا الجزء نضع $n=4$.

1) احسب p(4).

2) نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد من هذا الوعاء.

يقوم لاعب بإنجاز سحبين مستقلين عن بعضهما بحيث يعيد إلى الوعاء الكرتين المسحوبتين منه في السحب الأوّل.

مقابل إجراء هذين السحبين يدفع اللاعب مسبقا مبلغا قدره 30 دينارا، ومن أجل كل سحب يتحصل على 40 دينار إن كانت الكرتان من نفس اللون، ويتحصل على 5 دنانير إن كانتا من لونين مختلفين.

نسمي ربحا لهذا اللاعب الفرق بين مجموع ما يتحصل عليه من السحبين والمبلغ الذي دفعه مقدما (يمكن أن يكون الربح موجبا أو سالبا).

نعرف المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبين مستقلين ربح هذا اللاعب. احسب الأمل الرياضياتي للمتغير X .

بالتوفيق

3as.ency-education.com