المستوى :الثالثة ثانوي رياضي	مارس 2020
اختبار الثلاثي الثاني في الرياضيات	المدة: 4 سا

التمرين الأول:

1) أوجد مجموعة الأعداد الصحيحة x حيث : $5x \equiv 12[13]$.

2) حل في Z^2 المعادلة $5x-13y=12$.

3) n عدد طبيعي يكتب $\overline{3\alpha0\alpha2}$ في نظام التعداد الذي أساسه 5 ويكتب $\overline{5\beta6\beta}$ في نظام التعداد الذي أساسه 7.

أوجد قيمة كل من α و β ث م استنتج قيمة n .

التمرين الثاني:

أ) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $u_n = e^{\frac{1}{3}+2n}$.

1) بين أن المتتالية (u_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

2) أحسب المجموع : $S = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

3) عين العدد الطبيعي n بحيث يكون : $S = \dfrac{e^{\frac{1}{3}}}{1-e^2}\left(1-e^{10}\right)$

ب) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرّفة على N كما يلي: $v_n = \ln(u_n)$

1) ما طبيعة المتتالية (v_n) ؟ .

2) أحسب بدلالة n المجموع : $S' = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$.

عين العدد الطبيعي n علما أن : $S' = \dfrac{176}{3}$

☜ التمرين الثالث:

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x+1+\ln(x+1)-\ln(x+2)$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ وحدة الطول $2cm$

1) أحسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} -1} f(x)$.

2) بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left(\dfrac{x+1}{x+2}\right)=0$ ثم استنتج نهاية الدالة f عند $(+\infty)$.

3) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ ثم ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل.

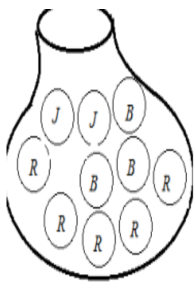
4) أدرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

5) أكتب معادلة المماس (T) عند النقطة التي فاصلتها $x=0$

6) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث : $-\frac{1}{2}\prec\alpha\prec 0$

7) ارسم المنحنى (C_f) و المستقيمان (T) و (Δ).

☜ التمرين الرابع:



يحتوي كيس على 10 كريات متماثلة (لا يمكن التمييز بينها باللمس) منها 5 حمراء و3 بيضاء . 2 صفراء

الجزء الأول:

1) نسحب عشوائيا 3 كريات وفي ان واحد.

أ) ما هو عدد الحالات الممكنة لهذا السحب.

ب) احسب احتمال كل من الحادثتين التاليتين:

A :" تظهر الألوان الثلاثة في السحب" B : " من بين الكريات المسحوبة توجد بيضاء واحدة على الأقل".

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة عدد ألوان الكريات المسحوبة.

أ) عين قيم المتغير العشوائي X.

ب) عين قانون احتمال المتغير العشوائي X ، ثم احسب أمله الرياضياتي.

الجزء الثاني: نفرض أن الكريات المسحوبة في الجزء الأول كلها بيضاء ولم تعاد إلى الكيس.

نسحب الآن من نفس الكيس كريتين على التوالي وبدون إرجاع.

اجب ب: صح او خطا مع التبرير:

أ) عدد الحالات الممكنة لهذا السحب هو 42.

ب) احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون هو $\frac{10}{42}$

ت) احتمال أن تكون الكرية الثانية حمراء علما أن الأولى صفراء هو $\frac{1}{6}$.

الجزء الثالث: نفرض أن الكريات المسحوبة في الجزء الثاني مختلفة اللون ولم تعاد الى الكيس.

نسحب الآن من نفس الكيس كريتين على التوالي وبإرجاع الكرية المسحوبة.

أ) بين أن: $P_{R_2}(J_1)=\frac{1}{5}$ حيث R_2 تعني الكرية الثانية حمراء و J_1 تعني الكرية الأولى صفراء.

ب) هل الحدثان R_2 و J_1 مستقلان ؟

بالتوفيق

قليل من العلم مع العمل به.. أنفع من كثير من العلم مع قلة العمل به.

التصحيح النموذجي

الحل	رقم التمرين
1) $5x \equiv 12[13]$ تكافئ $x \equiv 5[13]$ ومنه $x = 13k + 5 \quad / k \in Z$. 2) حلول المعادلة $5x - 13y = 12$: $\{(13k+5; 5k+1)/k \in Z\}$ 3) $\begin{cases} n = 3\times 625 + 125\alpha + 5\alpha + 2 \\ n = 1715 + 49\beta + 42 + \beta \\ 0 \le \alpha \prec 5 \text{ و } 0 \le \beta \prec 7 \end{cases}$ أي $\begin{cases} n = 1877 + 130\alpha \\ n = 1757 + 50\beta \\ 0 \le \alpha \prec 5 \text{ و } 0 \le \beta \prec 7 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} 50\beta - 130\alpha = 120 \\ 0 \le \alpha \prec 5 \text{ و } 0 \le \beta \prec 7 \end{cases}$ أي $\begin{cases} 5\beta - 13\alpha = 12 \\ 0 \le \alpha \prec 5 \text{ و } 0 \le \beta \prec 7 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} \beta = 5 \\ \alpha = 1 \end{cases}$ وتكون قيمة n هي : $n = 2007$.	**التمرين 1**

أ) $u_n = e^{\frac{1}{3}+2n}$. 1) $u_{n+1} = e^2 u_n$ ومنه المتتالية (u_n) هندسية أساسها e^2 وحدها الأول $u_0 = e^{\frac{1}{3}}$. 2) $S = u_0 + u_1 + ... + u_n = e^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1-e^{2n+2}}{1-e^2}\right)$. 3) $S = \frac{e^{\frac{1}{3}}}{1-e^2}\left(1-e^{10}\right)$ يكافئ $2n+2=10$ ومنه $n=4$ ب) $v_n = \ln(u_n)$ 1) $v_{n+1} = \ln(u_{n+1}) = \ln(e^2 u_n) = 2 + \ln(u_n) = 2 + v_n$ ومنه المتتالية (v_n) حسابية أساسها 2 وحدها الأول $v_0 = \frac{1}{3}$. 2) $S' = v_0 + v_1 + v_2 + ... + v_n = \frac{n+1}{2}\left(\frac{2}{3}+2n\right) = \frac{(n+1)(3n+1)}{3}$. $S' = \frac{176}{3}$ يكافئ $(n+1)(3n+1) = 176$ ومنه $n=7$	التمرين 2

التمرين 3

$$f(x) = x + 1 + \ln(x+1) - \ln(x+2)$$

1) $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x) = -\infty$.

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left(\dfrac{x+1}{x+2}\right) = \lim\limits_{t\to1} \ln t = 0$.

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(x+1+\ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right)\right) = +\infty$$

3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-(x+1)\right) = \lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left(\dfrac{x+1}{x+2}\right) = 0$

ومنه $(\Delta): y = x+1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

$f(x)-(x+1) = \ln\left(\dfrac{x+1}{x+2}\right) \prec 0$ ومنه (C_f) يقع تحت (Δ).

4) دراسة تغيرات الدالة f :

$$f'(x)=1+\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}=\frac{x^2+3x+3}{x^2+3x+2}$$

إشارة $f'(x)$

جدول التغيرات :

x	-1 $\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$

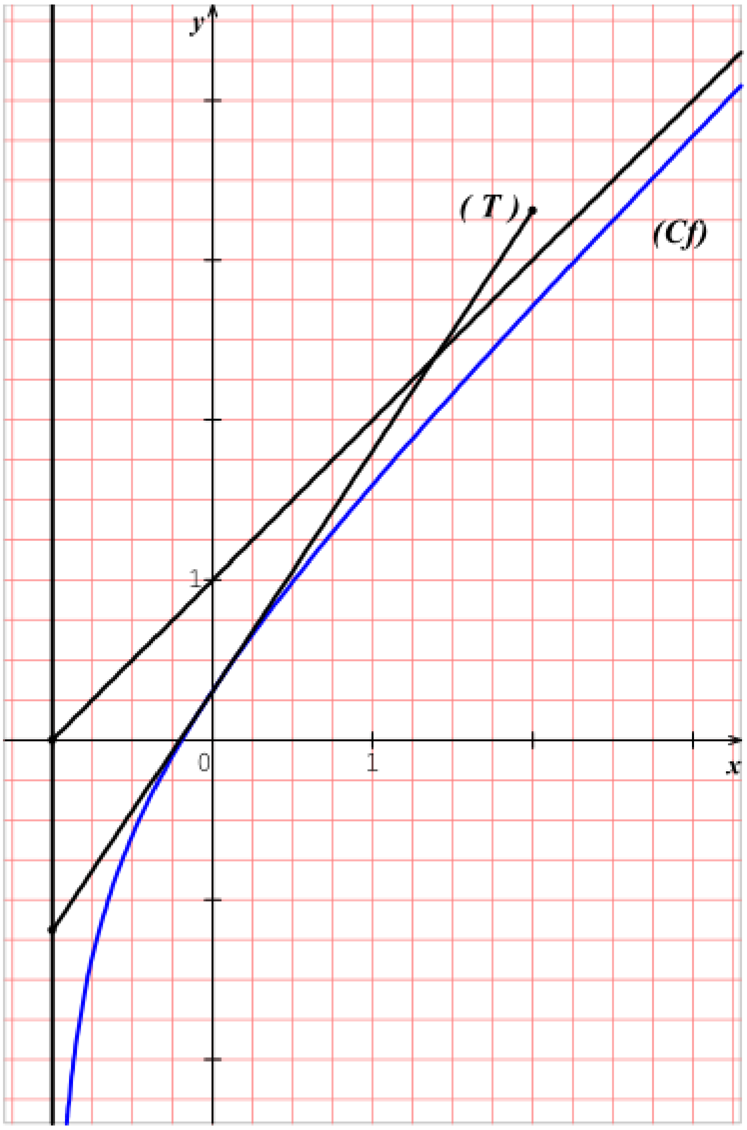
5) معادلة المماس (T) عند النقطة التي فاصلتها $x=0$:

$$(T): y=\frac{3}{2}x+1-ln2$$

6) المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α

حيث : $-\frac{1}{2}\prec\alpha\prec0$. (مبرهنة القيم المتوسطة)

7) رسم المنحنى (C_f) و المستقيمان (T) و (Δ).



y
x
0
1
1
(T)
(Cf)

التمرين 4

الجزء الأول :

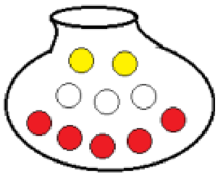
1) أ- عدد الحالات الممكنة لهذا السحب: $C_{10}^{3} = 120$

ب- $P(A) = \dfrac{C_5^1 \times C_3^1 \times C_2^1}{C_{10}^3} = \dfrac{1}{4}$

و $P(B) = \dfrac{C_7^2 \times C_3^1 + C_7^1 C_3^2 + C_3^3}{C_{10}^3} = \dfrac{17}{24}$.

2) أ- قيم المتغير العشوائي X هي : 1 ، 2 و 3.

ب- قانون احتمال X :



$$P(X=1) = \frac{C_5^3 + C_3^3}{C_{10}^3} = \frac{11}{120}$$

$$P(X=3) = P(A) = \frac{C_5^1 \times C_3^1 \times C_2^1}{C_{10}^3} = \frac{1}{4}$$

$$P(X=2) = 1 - \left(P(X=1) + P(X=3)\right)$$

$$= 1 - \left(\frac{11}{120} + \frac{1}{4}\right) = \frac{79}{120}$$

$X = x_i$	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{11}{120}$	$\frac{79}{120}$	$\frac{1}{4}$

ومنه الامل الرياضياتي :

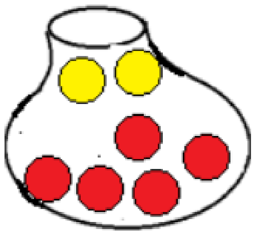
$$E(X) = 1 \times \frac{11}{120} + 2 \times \frac{79}{120} + 3 \times \frac{1}{4} = \frac{259}{120}$$

ج-

$$P(e^X \succ e) = P(X \succ 1) = P(X=2) + P(X=3)$$

$$= \frac{79}{120} + \frac{1}{4} = \frac{109}{120}$$

الجزء الثاني :



أ) صحيح لان : $A_7^2 = 42$

ب) خطا لان : $\frac{11}{21} = \frac{A_5^2 + A_2^2}{A_7^2}$.

ت) خطأ لان: نعتبر الحدثين :

R_2 : " الحصول على الكرية الثانية حمراء".

J_1 : " الحصول على الكرية الاولى صفراء ".

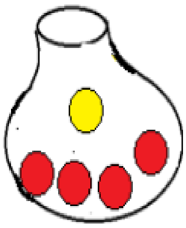
$R_2 \cap J_1$: " الحصول على كرية صفراء وكرية حمراء بهذا الترتيب "

$$P(R_2 \cap J_1) = \frac{A_5^1 \times A_2^1}{A_7^2} = \frac{5}{21}$$

و $\frac{A_2^1 \times A_6^1}{A_7^2} = \frac{2}{7}$ و $P(J_1) = \frac{A_2^2 + A_2^1 \times A_5^1}{A_7^2} = \frac{2}{7}$

ومنه : $P_{J_1}(R_2) = \frac{P(R_2 \cap J_1)}{P(J_1)} = \frac{\frac{5}{21}}{\frac{2}{7}} = \frac{5}{6}$

الجزء الثالث :



أ) $P(J_1 \cap R_2) = \dfrac{1^1 \times 4^1}{5^2} = \dfrac{4}{25}$

$$P(R_2) = \dfrac{4^2 + 1 \times 4}{5^2} = \dfrac{20}{25} = \dfrac{4}{5}$$

ومنه : $P_{R_2}(J_1) = \dfrac{P(J_1 \cap R_2)}{P(R_2)} = \dfrac{\frac{4}{25}}{\frac{4}{5}} = \dfrac{5}{25} = \dfrac{1}{5}$

ب) لنا : $P(J_1) = \dfrac{1 \times 5}{5^2} = \dfrac{5}{25} = \dfrac{1}{5}$

ومنه : $P(J_1 \cap R_2) = P(J_1) \times P(R_2)$ أي الحدثان مستقلان.

ملاحظة : في الجزء الثاني والثالث يمكن ان نستخدم شجرة الاحتمال .