الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **المقاطعة الشرقية لولاية عين الدفلى**

امتحان **بكالوريا التجريبي** التعليم الثانوي — دورة : **ماي 2017**

الشعب : **تسيير و اقتصاد**

اختبار في مادة : **الرياضيات** — المدة: ثلاث ساعات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقـاط)

الجدول التالي يمثل نسبة تطور الناجحين بتقدير في البكالوريا ، شعبة تسيير و اقتصاد بين السنوات 2002 و 2009

السنة	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
الرتبة x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
النسبة y_i %	25.5	28.6	30	33.1	36.8	41	41.1	44.1

1. احسب نسبة تطور الناجحين بتقدير بين سنتي 2002 و 2009 ثم مثل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد.

2 . اكتب المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار (Δ).(y بدلالة x)(المعاملان مدوران الى 10^{-2}).ثم أنشئه في نفس المعلم.

- قدر نسبة الناجحين بتقدير في سنة 2015(باعتبار ان نسبة تطور الناجحين بتقدير تبقى بنفس الوتيرة في السنوات القادمة)

3 . بوضع $Z_i=\ln(y_i)$ أنقل الجدول التالي على ورقة الاجابة ثم اتممه :

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
$Z_i=\ln(y_i)$								

أ . عين المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار .(z بدلالة x)(تدور النتائج الى 10^{-2}). ثم عبر عن y بدلالة x

ب. نعلم أنه في الواقع كانت نسبة الناجحين بتقدير سنة 2015 كانت 78% ، أي التعديلين أدق ، علل.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=0$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}$.

1) احسب u_1 , u_2 , u_3 , وضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n).

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le u_n\le 1$.

ب) برهن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما،هل المتتالية (u_n)متقاربة؟.

3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=u_n+1$.

- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
- عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n ثم أحسب نهاية كل منهما و ماذا تستنتج؟

4أحسب بدلالة n كل من : $S_n=v_0+v_1+...+v_n$ و $S'_n=u_0+u_1+...+u_n$.

التمرين الثالث : (**04 نقاط**) كل سؤال له اجابة واحدة صحيحة فقط من بين الاقتراحات الثلاثة عينها مع التعليل :

1- اذا كانت A و B حادثتان مستقلتان من نفس مجموعة امكانيات بحيث : $P(A)=0,7$ ، $P(B)=0,2$ فان :

أ) $P(A\cup B)=0,9$ ، ب) $P(A\cup B)=0,76$ ، ج) $P(A\cap B)=0,5$

2- اذا كانت A و B حادثتان مستقلتان من نفس مجموعة امكانيات بحيث : $P(A)=0,6$ ، $P(A\cup B)=0,8$ فان :

أ) $P(A\cap B)=0,48$ ، ب) $P(B)=0,2$ ، ج) $P_A(B)=0,5$

3 – اذا كانت تجربة عشوائية مخارجها 2، 3، a (a عدد حقيقي) بحيث $P(2)=\frac{1}{2}$ ، $P(3)=\frac{1}{3}$ ، $P(a)=\frac{1}{6}$ فان :

الامل الرياضياتي لهذه التجربة ينعدم من اجل: أ) $a=-12$ ، ب) $a=6$ ، ج) $a=-5$

4- f دالة مستمرة على المجال $[1;4]$. اذا كانت القيمة المتوسطة للدالة f على المجال هي $m=2$ ، فان $I=\int_1^4 f(x)\,dx$ يساوي :

أ) $I=6$ ، ب) $I=3$ ، ج) $I=5$

التمرين الرابع :(06 نقاط)

I) ليكن جدول تغيرات الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x^2-1+\ln x$

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		+	
$g(x)$	$-\infty$	0	$+\infty$

باستعمال جدول التغيرات حدد اشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x-1-\frac{\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

أ – عين $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}0} f(x)$ ،فسر النتيجة هندسيا ثم عين $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب– بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل لـ(C_f) بجوار $+\infty$ ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ)

ج – بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0,+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

د – انشئ المستقيم (Δ) ثم المنحنى (C_f) .

و – احسب A مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمات $x=1$ ، $x=e$ ، $y=x-1$

الموضوع الثاني :

التمرين الأول: (04 نقاط)

تتكون باقة زهور من ثلاث زهرات حمراء (R) و زهرتين صفراوين (J) نختار عشوائيا على التوالي زهرتين من الباقة و بدون اجاع .

1- مثل هذه الوضعية بشجرة احتمالات.

2- احسب احتمال الحوادث التالي

أ) A حادثة " الحصول على زهرتين حمراوين ".

ب) B حادثة " الحصول على زهرتين مختلفتين في اللون".

3- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل مخرج عدد الزهرات الصفراء المختارة.

أ) ماهي قيم X .

ب) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و احسب أمله الرياضي و تباينه.

التمرين الثاني:(04نقاط)

(u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما بحيث: $\begin{cases} lnu_1 + lnu_5 = -12 \\ lnu_2 - lnu_4 = 4 \end{cases}$

1) أ - بين أن q أساس المتتالية (u_n) يساوي e^{-2} .

ب- احسب الحد الأول u_0 ثم اكتب u_n بدلالة n .

ج- احسب بدلالة n المجموع : $s_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $v_n = lnu_n$

أ-بين أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب- عبر عن v_n بدلالة n.

ج- احسب بدلالة n الجداء : $p_n = u_0 \times u_1 \times ... \times u_n$

التمرين الثالث:(04 نقاط) : الجدول التالي يعطي وزن طفل بالكلغ بدلالة طوله بالسنتمتر .

x_i الطول cm	145	150	155	160	165	170
y_i الوزن kg	50	53	57	62	65	67

1- مثل سحابة النقط $M_i(x_i, y_i)$.

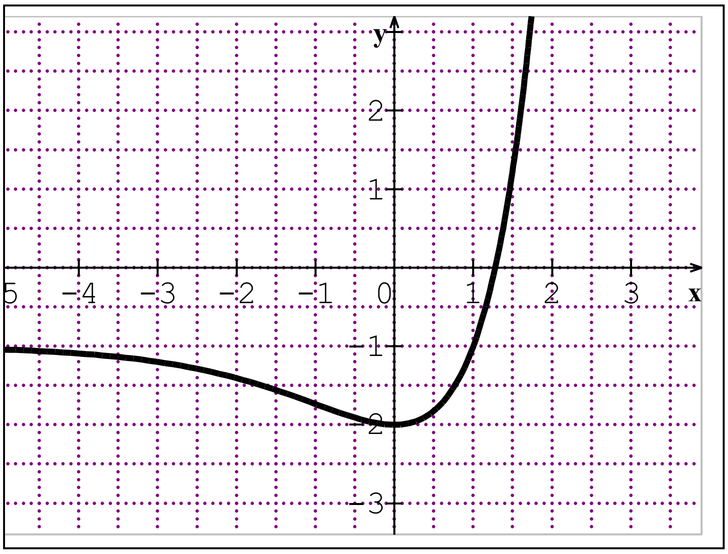
2- احسب احداثي النقطة المتوسطة G لسحابة النقط $M_i(x_i, y_i)$ و مثلها في المعلم السابق ($1cm$ لكل $10cm$) على محور الفواصل و يبدأ التدريج من 140 و لكل $1cm$ لكل $2kg$ على محور تراتيب و يبدأ تدريج من 50 .

3- أكتب معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا y بدلالة x ثم مثله في معلم سابق .

4- نسمي مؤشر كتلة الجسم BMI حاصل قسمة الوزن بالكلغ على مربع الطول بالمتر و نقول ان وزن الطفل مثالي اذا كان مؤشر كتلة الجسم ينتمي الى المجال $[19;24]$.

أ -باستعمال التعديل الخطي السابق عين وزن طفل طوله $185cm$.

ب - احسب مؤشر كتلة هذا الجسم هل وزن الطفل مثالي ؟



التمرين الرابع : (06 نقاط)

1. g الدالة ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=-1+(x-1)e^{x}$

وليكن (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ (الرسم المقابل)

أ) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g .

ب) اثبت ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث $1,2<\alpha<1,3$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

2. f الدالة المعرفة $\mathbb{R}$ بــ : $f(x)=\dfrac{2x}{e^{x}+1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

ا . بين انه من جل كل عدد حقيقي x ان $f(x)=\dfrac{2}{\dfrac{e^{x}}{x}+\dfrac{1}{x}}$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و فسرها بيانيا

ب. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-2x\right]$ ، فسر بيانيا النتيجة .

ج . ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=2x$.

د . بين انه من اجل من x $\mathbb{R}$ $f'(x)=\dfrac{-2g(x)}{(e^{x}+1)^{2}}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

و . انشئ (Δ) و (C_f)

3. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x)-m=0$

التصحيح النموذجي للموضوع الاول :

التمرين الاول :

0,5	النسبة $a = 26,57$
0,25+0,5	التمثيل
0,25+0,75	$y = 60.96 \qquad y = 2,73x + 22,74$
0,5+0,75	$z = 0,079x + 3,30 \quad y = e^{0.079x+3.3}$
0,5	بالتقدير نجد $y = 81.94$ و بالتالي التعديل الثاني ادق

التمرين الثاني :

4x 0,25	$u_1 = \frac{1}{3}$ ، $u_2 = \frac{5}{9}$ ، $u_1 = \frac{19}{27}$ المتتالية متزايدة
0,5 0,5 0,5	أ) الرهان بالتراجع ان $0 \le u_n \le 1$: التاكد $u_0 = 0$ اذن $p(0)$ محققة نفرض ان الخاصية $p(n)$ صحيحة و نبرهن صحة الخاصية $p(n+1)$ لدينا $0 \le u_n \le 1$ بالضرب في $\frac{2}{3}$ و بعد اضافة $\frac{1}{3}$ نجد ان $p(n+1)$ محققة ب) $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}(1-u_n) > 0$ اذن المتتالية متزايدة تماما (u_n) مزايدة و محدودة من الاعلى فهي متقاربة
0,5 0,5	$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{2}{3}$ اذن متتالية هندسية اساسها $q = \frac{2}{3}$ و حدها الاول $v_0 = 1$ $v_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n$ ، $u_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n + 1$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} v_n = 0$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n = 1$ نستنتج انهما متقاربتين
0,5	$S_n = 3\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right)$ ، $S'_n = 3\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right) + n + 1$

التمرين الثالث :

01	$P(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0,7 + 0,2 - (0,7 \times 0,2) = 0,76$
01	من نفس العلاقة نجد ان $p(B) = \frac{p(A \cup B) - p(A)}{1 - p(B)} = 0,5$
01	الامل الرياضياتي ينعدم من اجل $a = -12$
01	$I = 6$

التمرين الرابع :

اشارة $g(x)$ <table><tr><td>x</td><td>$0 \qquad 1 \qquad +\infty$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>$- \qquad +$</td></tr></table> $x=0$ $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x) = +\infty$ مستقيم مقارب ل $(_f)$. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$	01 0.25+0.25 0.25
$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]=0$	0.50
(C_f) يقع فوق (Δ) على $]0;1]$ و يقع تحت $[1;+\infty[$	0.50
$f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$	0.1
جدول التغيرات	0,75
التمثيل البياني	01
$A=\int_1^e \frac{\ln(x)}{x}dx=\frac{1}{2}$	0.5

التصحيح النموذجي الموضوع الثاني :

التمرين الأول :

شجرة الاحتمالات	01
$p(A)=0,3$ ، $p(B)=0,3$	01
قيم x هي $0;1;2$	0,50
قانون الاحتمال : $p(x=0)=0,3$ ، $p(x=1)=0,6$ ، $p(x=2)=0,1$	0,50
الامل الرياضي $E=0,8$ ، $V=0,36$	01

التمرين الثاني :

$q=e^{-2}$	01
$U_0=1$, $U_n=e^{-2n}$	0,50
$S_n=\dfrac{1-e^{-2n-2}}{1-e^{-2}}$	0,50
(v_n) متتالية حسابية $r=-2$ / $v_0=1$	01
$v_n=-2n+1$	0,50
$p_n=e^{\frac{n+1}{2}(1-2n)}$	0,50

التمرين الثالث :

التمثيل البياني	0,50
$G(157,5;59)$	0,50
$y=0,72x-54,40$	01
$y=79,2$	0,50
$23,14$ نعم الوزن مثالي	0,50

التمرين الرابع :

<table>
<tr><td>01</td><td>

جدول تغيرات g

<table>
<tr><td></td><td>$-\infty$ 0 $+\infty$</td></tr>
<tr><td>$g'(x)$</td><td>$+$</td></tr>
<tr><td>$g(x)$</td><td>$\searrow$ 2 $\nearrow$ $+\infty$</td></tr>
</table>

</td></tr>
<tr><td>0,50

0,50</td><td>اثبت ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α اشارة $g(x)$: سالبة على $\left]-\infty;\alpha\right]$ و

موجبة على $\left[0;+\infty\right[$</td></tr>
<tr><td>+0,25
+0,25
0,25</td><td>بين انه من جل كل عدد حقيقي x ان $f(x)=\dfrac{2}{\dfrac{e^x}{x}+\dfrac{1}{x}}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ، $y=0$

مستقيم مقارب</td></tr>
<tr><td>x30,25</td><td>$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ / $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-2x\right]=0$ $y=2x$ مستقيم مقارب مائل</td></tr>
<tr><td>0,50</td><td>(C_f) يقع فوق (Δ) على $\left]-\infty;0\right]$ و يقع تحت $\left[0;+\infty\right[$</td></tr>
<tr><td>0,50</td><td>بين انه من x اجل من $\mathbb{R}$ $f'(x)=\dfrac{-2g(x)}{(e^x+1)^2}$</td></tr>
<tr><td>+0,25

0,25</td><td>اتجاه التغير : الدالة متزايدة على $\left]-\infty;\alpha\right]$ و متناقصة على $\left[\alpha;+\infty\right[$

جدول التغيرات</td></tr>
<tr><td>0,50</td><td>التمثيل البياني</td></tr>
<tr><td>0,50</td><td>المناقشة : على المجال $\left]-\infty;0\right]$ المعادلة تقبل حل وحيد سالب و على المجال $\left]0;f(\alpha)\right[$

المعادلة تقبل حلين موجبين و من اجل $m=f(\alpha)$ المعادلة تقبل حل وحيد و على المجال

$\left]\alpha;+\infty\right[$ المعادلة لا تقبل حلا</td></tr>
</table>