

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مؤسسة التربية و التعليم الخاصة **سليم**

ETABLISSEMENT PRIVE D'EDUCATION ET D'ENSEIGNEMENT SALIM



www.ets-salim.com



021 87 10 51



021 87 16 89



Hai Galloul - bordj el-bahri alger

إعتماد رقم 67 بتاريخ 06 سبتمبر 2010

رخصة فتح رقم 1088 بتاريخ 30 جانفي 2011

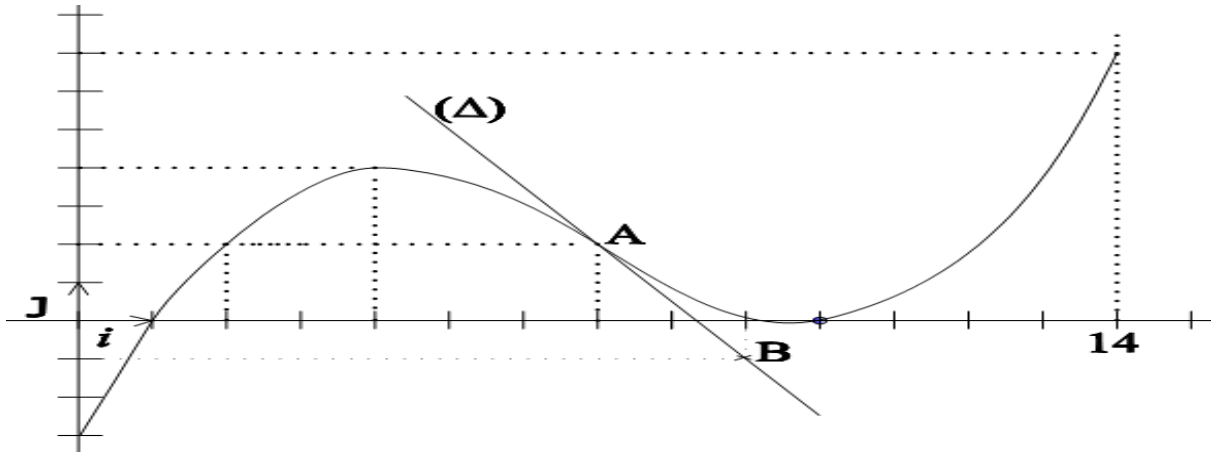
المستوى: (3ASGE) العام الدراسي 2015/2014

المدة: 30 د

اختبار الفصل الثاني مادة الرياضيات

التمرين 01: (4 ن)

دالة معرفة على المجال $[0, 14]$. (Cf) هو المنحنى البياني الممثل لها في معلم متعامد و متجانس (o, i, j) في الشكل أدناه



A- بقراءة بيانية:

1. شكل جدول تغيرات الدالة f
2. عين إشارة $f(x)$. أحسب $f(4)$ ، $f'(4)$ و $f(10)$
3. حل بيانيا المعادلة: $f(x) = 2$ و المتراجحة $f(x) < 2$
4. عين $f(7)$ و $f'(7)$ ثم أكتب معادلة المستقيم (Δ) ، كيف تسمى النقطة A ؟

B- نعتبر الدالة g كما يلي: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ حيث f هي الدالة السابقة.

1. عين مجموعة تعريف الدالة g
2. عبر عن $g'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة g

الصفحة 2/1

حي قعلول سرج البحري- الجزائر

Web site : www.ets-salim.com / 021.87.16.89 : الفاكس : Tel-Fax : 021.87.10.51

التمرين: 02 (5)

لتكن (U_n) متتالية عددية معرفة على المجموعة N بـ: $U_0 = 6$ و بالعلاقة التراجعية:

$$U_{n+1} = \frac{1}{4} U_n + 3 \text{ من أجل كل عدد طبيعي } n.$$

(1) أحسب U_1 ، U_2 ، U_3 .

(2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $U_n \geq 4$.

(3) بين أن (U_n) متتالية متناقصة. هل (U_n) متتالية متقاربة؟ عيّن نهايتها.

(4) نعتبر المتتالية العددية (V_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $V_n = U_n - 4$

(أ) بين أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدّها الأول V_0 .

(ب) أكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$

(ت) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_n = 2 \left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$ ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

(ث) أحسب بدلالة n المجموع $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

التمرين: 03 (07)

نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي: $f(x) = \frac{4x^2 - 5x}{2x^2 - 5x + 2}$

(Cf) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس (o, i, j)

1- تحقق أن f معرفة على $D = \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}, 2\right\}$

2- عين الأعداد الحقيقية a, b, c بحيث من أجل كل عدد حقيقي x من D : $f(x) = a + \frac{b}{2x-1} + \frac{c}{x-2}$

3- أحسب نهايات الدالة f عند أطراف D

أكتب معادلة لكل من المستقيمات المقاربة للمنحنى (Cf).

4- أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

5- أكتب معادلة مماس المنحنى (Cf) عند النقطة التي فاصلتها 0.

6- عين إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (Cf) و حامل محور الفواصل. أرسم (Cf) في المعلم السابق.

التمرين: 04 (04)

الجدول التالي يمثل أرباح شركة مختصة في صناعة الآلات الزراعية:

السنوات	2005	2006	2007	2008	2009	2010
رتبة السنة	0	1	2	3	4	5
الأرباح (ملوين دينار)	64	75	100	113	125	127

(1) أ) مثل سحابة النقط للسلسلة $(x_i ; y_i)$ في معلم متعامد (على محور الفواصل 2 cm لكل

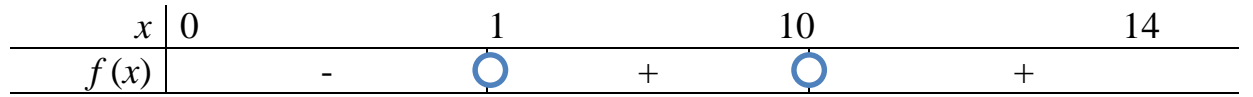
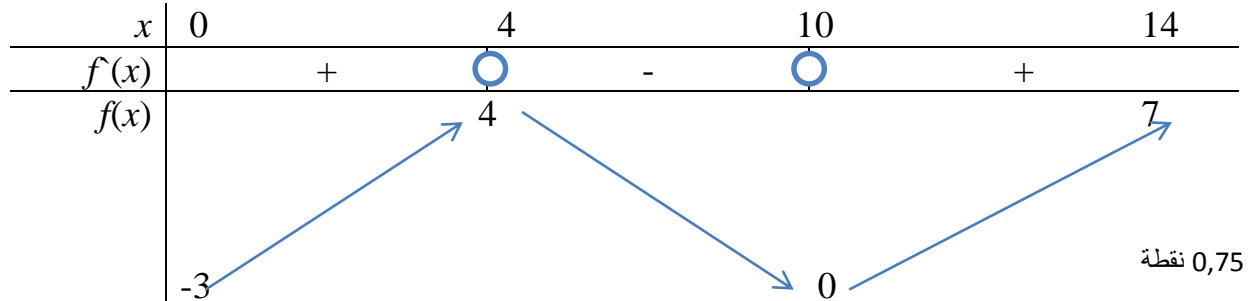
رتبة و على محور الترتيب 1 cm لكل 10 وحدات).

(ب) أحسب إحداثيات النقطة المتوسطة G ، ثم علمها في المعلم.

(2) أعط معادلة مستقيم الانحدار (D) بالمربعات الدنيا. أرسم (D).

ما هي أرباح الشركة المتوقعة سنة 2012؟

التمرين 01:



$f(10) = 0, f'(4) = 0, f(4) = 4$
 نقطة 0,25
 $x_1 = 2, x_2 = 7, x_3 \approx 12$ حلول 3 تقبل $f(x) = 2 - 3$
 نقطة 0,5

$f(x)$ على $]0,2[\cup]7,12[$ نقطة 0,5

$f(7) = 2 - 4$ و نقطة 0,25

$$f(7) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = -\frac{3}{2}$$

نقطة 0,25

كتابة معادلة المستقيم (Δ) : عند $\gamma = 16$

$$y = -\frac{3}{2}x + \frac{25}{2}$$

نقطة 0,5

تسمى النقطة A نقطة إنعطاف للمنحنى (C) نقطة 0,25

-B

1- نضع $f(x) \neq 0$ و $D = \mathbb{R} - \{1, 10\}$ نقطة 0,25

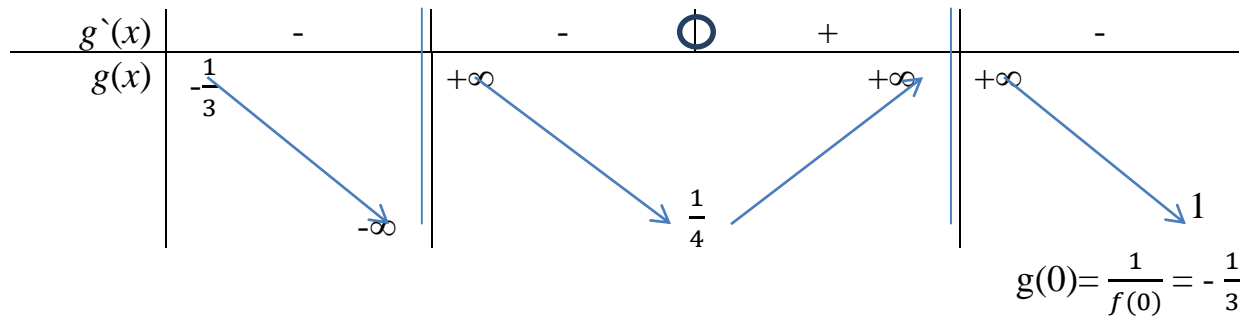
$$g'(x) = -\frac{f'(x)}{[f(x)]^2}$$

نقطة 0,25

نقطة 0,25

إشارة $g'(x)$ هي عكس إشارة $f'(x)$

x	0	1	4	10	14
-----	---	---	---	----	----



$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 0^-, \lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = -\infty$$

0,5 نقطة

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 0^+, \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = +\infty$$

$$g(4) = \frac{1}{f(4)} = \frac{1}{4}, g(14) = \frac{1}{f(14)} = \frac{1}{7}$$

التمرين الثاني: (6 نقاط)

$$U_0 = 6 \quad U_{n+1} = \frac{1}{4} U_n + 3$$

0,25

$$U_1 = \frac{1}{4} U_0 + 3 = \frac{1}{4} \times 6 + 3 = \frac{9}{2} \quad (1)$$

0,25

$$U_2 = \frac{1}{4} U_1 + 3 = \frac{1}{4} \times \frac{9}{2} + 3 = \frac{33}{8}$$

0,25

$$U_3 = \frac{1}{4} U_2 + 3 = \frac{1}{4} \times \frac{33}{8} + 3 = \frac{129}{32}$$

(2) برهن من أجل كل n من N $U_n \geq 4$

01

نتحقق من صحة الخاصية من أجل $n = 0$ $U_0 = 6 \geq 4$

و $U_0 = 6$ إذن $P(0)$ صحيحة

نفرض أن $U_n \geq 4$ ونبين أن $U_{n+1} \geq 4$

$$\text{لدينا } U_n \geq 4 \quad ; \quad \frac{1}{4} U_n \geq 1 \quad \text{و منه: } \frac{1}{4} U_n + 3 \geq 4$$

أي $U_{n+1} \geq 4$

و منه من أجل كل n من N $U_n \geq 4$

(3) (U_n) متناقصة

$$U_{n+1} - U_n = -\frac{3}{4} U_n + 3$$

0,75

$$= -3 \left(\frac{1}{4} U_n - 1 \right)$$

$$\text{لدينا } U_n \geq 4 \quad \text{أي } \frac{1}{4} U_n - 1 \geq 0$$

$$\text{و منه } U_{n+1} - U_n \leq 0$$

إذن (U_n) متناقصة

بما أن (U_n) متناقصة و محدودة من الأسفل بـ 4 إذن فهي متقاربة. 0,5

0,25

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 4$$

$$V_n = U_n - 4 \quad (4)$$

$$V_{n+1} = U_{n+1} - 4 = \frac{1}{4} U_{n+1} + 3 - 4$$

0,75

$$V_{n+1} = \frac{1}{4} U_n - 1 = \frac{1}{4} (U_n - 4) = \frac{1}{4} V_n$$

إذن (V_n) هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ و حدّها $2 = V_0$

$$V_n = 2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n \quad \text{أي } V_n = V_0 \cdot q^n \quad (\text{ب})$$

0,25

0,25

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = 0$$

$$U_n = V_n + 4 \quad \text{إذن } V_n = U_n - 4 \quad (\text{ج})$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 4 \quad ; \quad U_n = 2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n + 4 \quad \text{إذن}$$

$$S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n \quad (\text{د})$$

$$S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n + U_{(n+1)}$$

$$S_n = V_0 \cdot \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} + 4(n+1)$$

$$S_n = 2 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{4}} + 4(n+1)$$

$$= 2 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}}{\frac{3}{4}} + 4(n+1)$$

0,5

$$S_n = \frac{8}{3} \left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right) + 4(n+1)$$

التمرين الثالث: 9 نقاط

$$f(x) = \frac{4x^2 - 5x}{2x^2 - 5x + 2}$$

نضع $2x^2 - 5x + 2 = 0$ و منه $\Delta = 9$

للمعادلة حلان: $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_2 = 2$

نقطة 0,5

$$D = \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}, 2\right\}$$

$$f(x) = a + \frac{b}{2x-1} + \frac{c}{x-2} - 2$$

$$f(x) = \frac{2ax^2 + x(-5a+b+2c) + 2a-2b-c}{(2x-1)(x-2)}$$

1 نقطة

$$\begin{cases} 2a = 4 \\ -5a + b + 2c = -5 \\ 2a - 2b - c = 0 \end{cases} \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 2$$

نقطة 0,75

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{1}{2x-1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} \frac{1}{2x-1} = -\infty$$

نقطة 0,75

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{2x-1} = +\infty$$

نقطة 0,75

المنحنى (Cf) يقبل 3 مستقيميات مقاربة : $x = \frac{1}{2}$, $x = 2$, $y = 2$

1 نقطة

$$f(x) = -\frac{2}{(2x-1)^2} - \frac{2}{(x-2)^2} - 4$$

$f(x) < 0$ من أجل كل $x \in \Delta$ و f متناقصة تماما على كل مجال من Df

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
$g'(x)$		-	-	-
$g(x)$	2	$+\infty$	$+\infty$	2

5- معادلة المماس:

$$y = f'(0)(x-0) + f(0)$$

$$y = -\frac{5}{2}x$$

6- تقاطع (x, x) و (Cf)

نقطة 0.75

$$x(4x-5) = 0 \text{ ومنه } y=0$$

$$A\left(\frac{5}{4}, 0\right), O(0,0)$$

نقطة 1

الرسم:

التمرين 04: (04 نقاط)

تمثيل السحابة
تمثيل النقطة G

0.5
0,5

$$\bar{x} = \frac{0+1+2+3+4+5}{6} = 2,5 \text{ (ب)}$$
$$\bar{y} = \frac{64+75+100+113+125+127}{6} = 100,66$$

$$G (2,5 ; 100,66)$$

$$b = 66,52 \text{ ؛ } a = 13,66$$

$$y = 13,66 x + 66,52$$

$$y = 13,66 \times 7 + 66,52 = 162,14$$

162,14 هي الأرباح المقدرة سنة 2012.

$$\underline{2 \times 0,5}$$

1

01