

مارس 2020

المستوى: الثالثة ثانوي تسيير و اقتصاد

المدة : 3.5 سا

اختبار الثلاثي الثاني في الرياضيات

التمرين الأول

المطلوب: اختبار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات التالية المقترحة مبرراً الاختبار.

③ $\frac{4}{3}$	② 0	① $\frac{3}{4}$	التكامل $\int_{-2}^2 \frac{x^2}{4} dx$ يساوي
③ $b = 2$ و $a = 1$ $f(x) = \frac{1}{x^2}$	② $b = e$ و $a = 1$ $f(x) = +\frac{1}{x}$	① $b = 0$ و $a = -1$ $f(x) = x$	إذا كان S الحيز المستوي المعرف بـ: $0 \leq y \leq f(x)$ و $a \leq x \leq b$ مع $S = 1$ فإن:
③ $F(x) = 3x^4 + 1$	② $F(x) = 2x^4 + x - 3$	① $F(x) = x^4 + 1$	لتكن $f(x) = 8x^3 + 1$ الدالة الأصلية لـ: f التي تتعدم من أجل $x = 1$ معرفة بـ:

التمرين الثاني

- لتكن الدالة f المعرفة على $]1, +\infty[$: $D_f =]1, +\infty[$: $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1 + \ln(x - 1)$

(C_f) هو تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس (o, \vec{i}, \vec{j}) .

(1)- أحسب : $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ ، ثم فسر هذه النتيجة هندسياً .

(2)- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$. (نذكر أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}$)

(3)- ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(4)- أ- أحسب : $f(2)$

ب- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α على المجال $]4, 5[$.

(5)- أ- أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 2$.

ب- أنشئ (Δ) و (C_f) .

التمرين الثالث

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على N كما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + \alpha)$

1/ عين قيمة α التي من أجلها تكون (u_n) متتالية ثابتة .

2/ نضع $\alpha = -1$.

نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على N كما يلي : $v_n = u_n + 1$

أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

ج- بين أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم عين نهايتها .

د- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

التمرين الرابع

الشكل التالي هو التمثيل البياني C_f لدالة f معرفة وقابلة للاشتقاق على $[0; +\infty[$ و f' دالتها المشتقة. نعلم أن:

-محور الفواصل مقارب لـ C_f عند $+\infty$.

-المنحنى C_f يقبل مماسا موازيا لمحور الفواصل عند النقطة A .

-المماس لـ C_f عند النقطة B يشمل النقطة التي إحداثياتها $(\frac{11}{2}; \frac{1}{2})$.

1. انطلاقا من المنحنى C_f :

أ عين $f'(1)$ و $f'(3)$ و $f(0)$

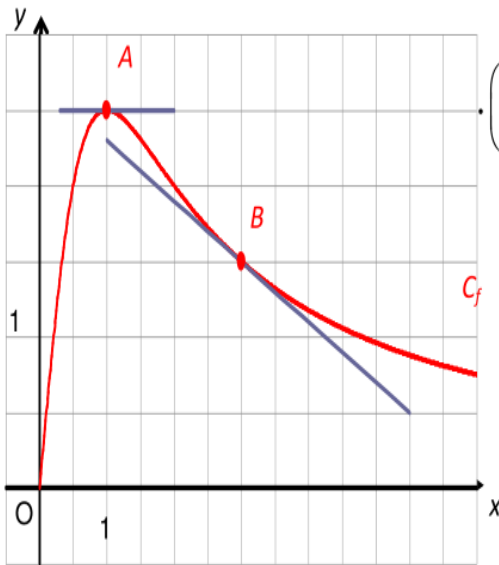
ب) شكل جدول تغيرات الدالة f

2. تعتبر الدالة g المعرفة بـ : $g(x) = \frac{1}{f(x)}$

أ) حدد مجموعة تعريف الدالة g .

ب) ادرس اتجاه تغيرات الدالة g على مجموعة تعريفها

ج) احسب $g'(1)$ و $g'(3)$.



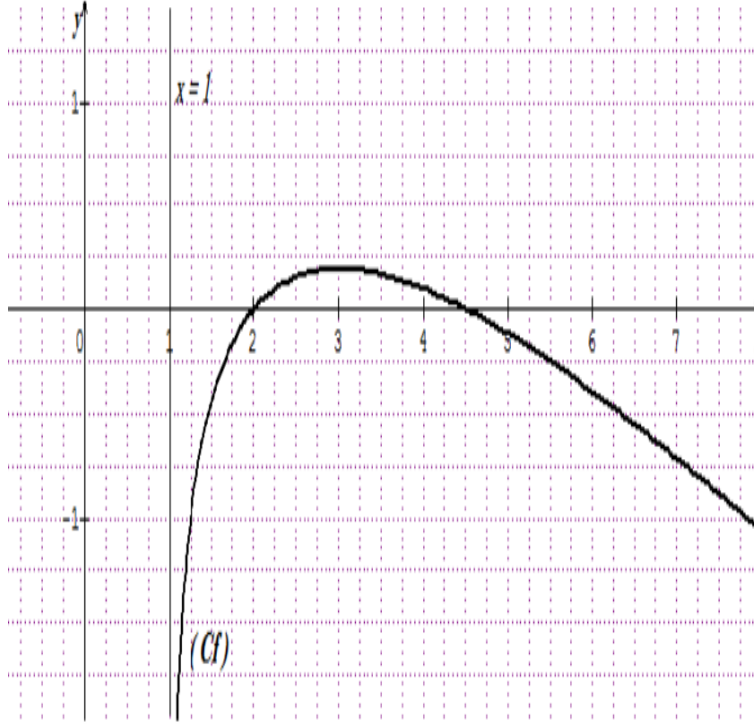
بالتوفيق

أن تضيء شمعة صغيرة، خير لك من أن تنفق عمرك تلعن الظلام

التصحيح النموذجي

الحل	رقم التمرين												
$\frac{01}{01} \rightarrow \leftarrow (1)$ $\frac{01}{01} \rightarrow \leftarrow (2)$ $\frac{01}{01} \rightarrow \leftarrow (3)$	التمرين 1												
<p>(1) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty$ ، ومنه (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً عمودياً معادلته : $x = 1$</p> <p>(2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left[-\frac{1}{2} + \frac{1}{x} + \frac{\ln(x-1)}{x} \right] = -\infty$</p> <p>(3) من أجل كل x من D_f : $f'(x) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{x-1} = \frac{-x+3}{x-1}$</p> <p>- f متناقصة على المجال : $[3, +\infty[$ ، f متزايدة على المجال : $]1, 3]$</p> <p style="text-align: center;">جدول تغيرات الدالة f :</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$f'(x)$</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$f(x)$</td> <td colspan="3" style="text-align: center;"> </td> </tr> </table> <p>(4) - (أ) $f(2) = 0$</p> <p>(ب) - مبرهنة القيم المتوسطة :</p> <p>(5) - (أ) $y = f'(2)(x-2) + f(2) = \frac{1}{2}x - 1$ (Δ)</p>	x	3	1	$+\infty$	$f'(x)$	+	-		$f(x)$				التمرين 2
x	3	1	$+\infty$										
$f'(x)$	+	-											
$f(x)$													

(ب)- إنشاء (Δ) و (C_f) :



قيمة α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة: $u_0 = \frac{1}{2}(u_0 + \alpha)$ بتعويض قيمة $u_0 = 1$ نجد $\alpha = 1$

إثبات أن المتتالية (v_n) هندسية: من أجل كل عدد طبيعي $v_{n+1} = u_{n+1} + 1$

نجد: $v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n$ ومنه أساس المتتالية (v_n) هو: $q = \frac{1}{2}$ حيث $v_0 = 2$

كتابة v_n ثم u_n بدلالة n : $v_n = 2(\frac{1}{2})^n$ و $u_n = 2(\frac{1}{2})^n - 1$ من أجل كل عدد طبيعي n

من N

نهاية المتتالية u_n تتقارب نحو (-1)

التمرين

3

$$f'(3) = \frac{1.5 - 0.5}{3 - 5.5} = \frac{-2}{5} \quad , \quad f'(1) = 0 \quad , \quad f(0) = 0$$

الدالة f متزايدة تماماً على المجال $[0,1]$ ومنتقصة تماماً على المجال $[1,+[$

مجموعة تعريف الدالة g : $]0,+[$

اتجاه تغيرات الدالة $g(x) = \frac{1}{f(x)}$

من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+[$: $g'(x) = \frac{-f'(x)}{[f(x)]^2}$

حساب $g'(1)$: $g'(1) = 0$

حساب $g'(3)$: $g'(3) = \frac{4}{15}$

التمرين

4